Quelques problèmes concernant la méthode $4\pi\beta$-γ (J.W. Müller)

La méthode absolue dite $4\pi\beta$-γ est utilisée couramment depuis une vingtaine d'années pour la mesure précise d'activités de radionucléides où le mécanisme de désintégration produit des coïncidences vraies entre les radiations observables.

Cependant, pour tirer parti au maximum de l'exactitude que permet d'atteindre le principe de cette méthode, il faut appliquer des corrections qui sont dues pour la plupart aux dispositifs électroniques ou aux conditions de mesure. Mentionnons par exemple le mouvement propre, les temps morts et la résolution finie du circuit à coïncidences.

Le dispositif général pour une telle mesure d'activité correspondra essentiellement au schéma indiqué dans la fig. 1, où l'on a laissé de côté tout ce qui n'aura pas d'influence sur les raisonnements qui vont suivre. Pour les désintégrations de la source on suppose un processus de Poisson. Ce type de processus n'est modifié ni par la superposition d'un mouvement propre, ni par l'échantillonnage aléatoire dû au système de détecteurs, dont l'effet est décrit d'une manière sommaire par les efficacités ε. On obtient donc, en désignant par N_o le taux d'émission de la source, les taux de comptage B_1 et G_1 avant insertion des temps morts compte tenu du mouvement propre (repéré par les apostrophes) :

$$B_1 = N_o \cdot \varepsilon_\beta + N_o' \cdot \varepsilon_\beta' \text{ , pour la voie bêta,}$$

et

$$G_1 = N_o \cdot \varepsilon_\gamma + N_o' \cdot \varepsilon_\gamma' \text{ , pour la voie gamma,}$$

ou, si C_1 désigne le taux des coïncidences vraies :

$$B_1 = b_1 + C_1 \quad \text{et} \quad G_1 = g_1 + C_1 \text{ ,}$$

avec $C_1 = N_o\, \varepsilon_\beta\, \varepsilon_\gamma + N_o'\, \varepsilon_\beta'\, \varepsilon_\gamma'$.

L'introduction des temps morts a pour effet un changement fondamental des processus de comptage. En admettant des temps morts τ_β et τ_γ du type non-cumulatif où chaque impulsion enregistrée est suivie d'un intervalle de temps pendant lequel le compteur est entièrement insensible à l'arrivée d'autres impulsions, on obtient un processus dont la densité des intervalles se décrit par une exponentielle

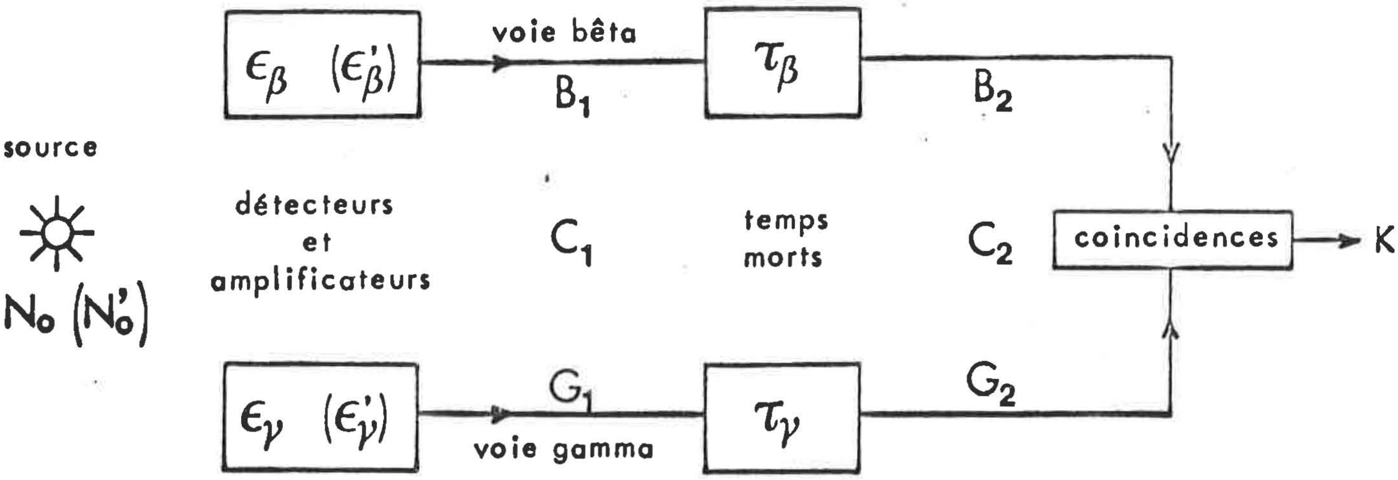

Fig. 1 - Schéma de principe (simplifié) pour la méthode $4\pi\beta$-γ avec les taux de comptage correspondants. Les quantités entre parenthèses se réfèrent au mouvement propre.

décalée. Les taux sur les deux voies sont maintenant

$$B_2 = B_1 \cdot T_\beta \quad \text{et} \quad G_2 = G_1 \cdot T_\gamma$$

avec des facteurs de "transmission"

$$T_\beta = \frac{1}{1 + B_1 \tau_\beta} \quad \text{et} \quad T_\gamma = \frac{1}{1 + G_1 \tau_\gamma} \cdot$$

Comme auparavant, on fera une décomposition du taux de comptage total en

$$B_2 = b_2 + C_2 \quad \text{et} \quad G_2 = g_2 + C_2.$$

Un problème sérieux apparaît maintenant si l'on essaie de déterminer le taux de coïncidences vraies C_2, c'est-à-dire le nombre d'impulsions qui, après passage du dispositif imposant un temps mort fixe, sont toujours jumelées avec un partenaire sur l'autre voie.

On pourrait être tenté de penser à une simple relation du type

$$C_2 = C_1 \cdot T_c \quad \text{avec} \quad T_c = T_\beta \cdot T_\gamma \cdot$$

Cependant, cela supposerait l'indépendance des processus capables d'effacer des impulsions sur les deux voies. Mais c'est justement la présence de coïncidences vraies qui exclut cette solution en introduisant une corrélation entre les deux voies. Par conséquent, le simple produit ne servira de bonne approximation que dans le cas limite où C_1 est de beaucoup inférieur à b_1 et à g_1. D'autre part, pour des efficacités proches de l'unité, on a $C_1 \cong B_1 \cong G_1$, et la transmission T_c tend plutôt vers le plus petit des facteurs de transmission T_β ou T_γ.

Malheureusement, la situation est beaucoup plus compliquée dans le domaine intermédiaire qui nous intéresse plus particulièrement. Grâce à un programme pour ordinateur du type Monte Carlo, nous pouvons tout de même obtenir des résultats numériques pour n'importe quel choix des divers paramètres (comme taux, efficacité ou temps morts). La fig.**2** donne quelques valeurs qui montrent l'allure générale.

Une description théorique du comportement de T_c est possible en introduisant un "facteur de corrélation". Ce calcul a été esquissé dans le Rapport BIPM-70/4. La probabilité d'effacement partiel ou total d'une coïncidence C_1 par un temps mort dépend alors du type d'impulsion enregistrée à laquelle cette perte est due. Une autre simulation des processus aléatoires nous a permis de vérifier les prévisions théoriques. Par contre, une tentative de calculer directement ce facteur de corrélation n'a pas encore donné de résultats suffisamment précis. Il faudra donc poursuivre l'étude de ce problème.

Un autre point délicat dans l'application pratique de la méthode $4\pi\beta$-γ consiste à évaluer le taux de coïncidences fortuites C_f provenant du pouvoir séparateur limité du circuit à coïncidences. Il se superpose au taux vrai C_2 et donne lieu au taux de coïncidences observable

$$K = C_2 + C_f .$$

On a l'habitude de supposer tacitement que les impulsions non-corrélées forment toujours un processus de Poisson (ce qui n'est plus le cas), et on arrive ainsi à la formule bien connue

$$C_f = 2\,\tau_r \cdot b_2 \cdot g_2$$

ou quelque chose de semblable qui en dépend, avec τ_r comme temps de résolution pour les coïncidences. Puisqu'il s'agit d'une correction qui, dans la plupart des applications ne dépasse guère quelques centièmes, on peut admettre que cette approximation suffira, en général. On remarquera que les taux b_2 et g_2 exigent de nouveau la connaissance de C_2.

Il y aura bientôt dix ans que Gandy (Int. J. Appl. Rad. Isotopes, 11, 75 (1961)) a indiqué un effet qui apparaît dans le comptage des coïncidences s'il y a un délai relatif entre les voies bêta et gamma. Etant donné les diverses simplifications qu'il a fallu admettre pour y parvenir, il nous a paru intéressant de voir si par une simulation exacte on pourrait bien vérifier cet effet. Le résultat d'un tel calcul, qui est de nouveau basé sur le principe d'essais répétés (Monte Carlo), est donné dans la figure **3** . On y voit facilement que le changement apporté par un décalage systématique en temps entre les deux voies - au moins dans ces conditions - est beaucoup plus compliqué que ne le prévoit la

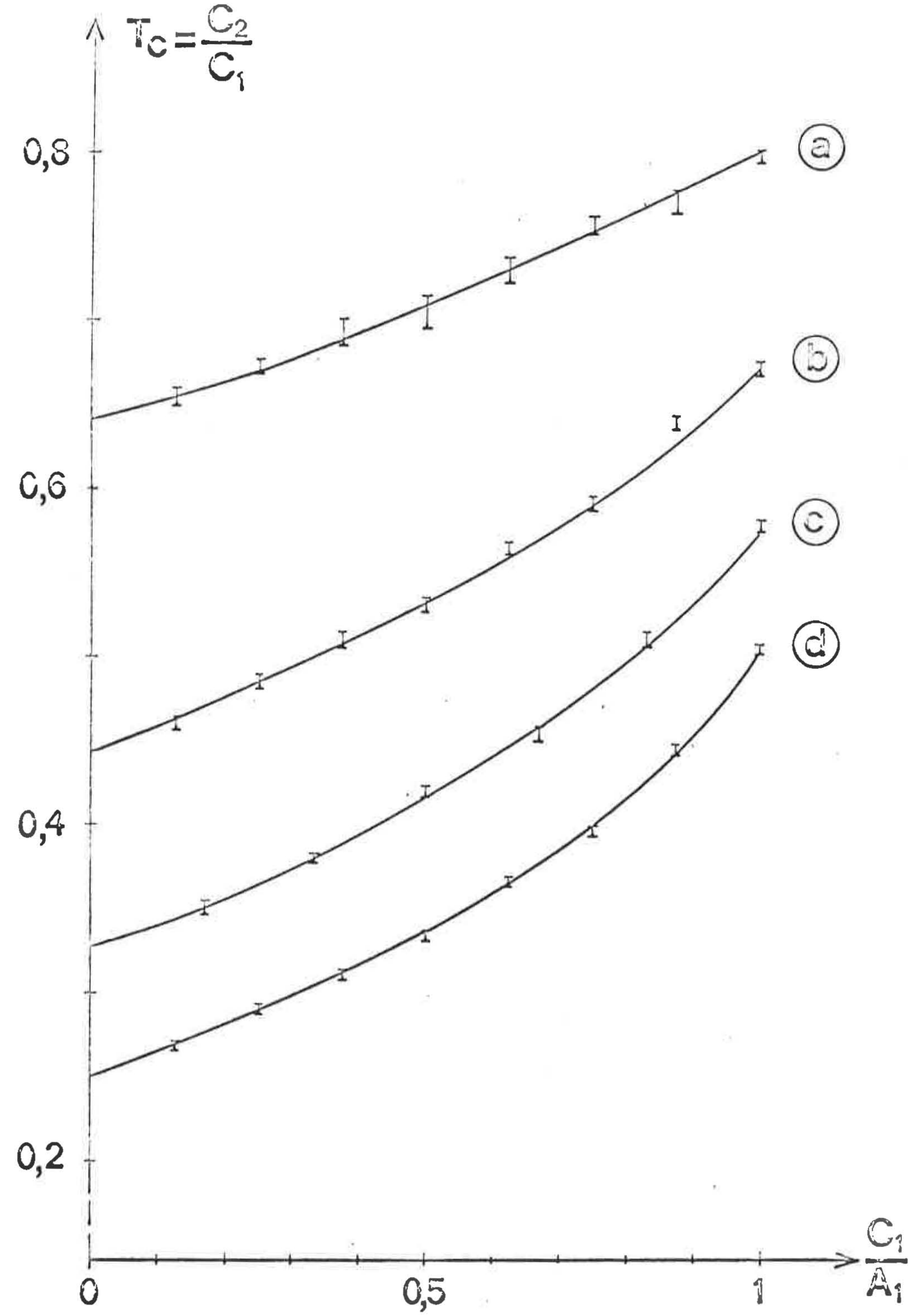

Fig. **2** – Facteur de transmission T_c pour les coincidences vraies en fonction du rapport C_1/A_1 des taux de comptage, avec $A_1 = \min(B_1, G_1)$.

Les taux pour les différentes courbes sont

a) $B_1 = G_1 = 50\,000\ s^{-1}$, b) $B_1 = G_1 = 100\,000\ s^{-1}$,

c) $B_1 = G_1 = 150\,000\ s^{-1}$, d) $B_1 = G_1 = 200\,000\ s^{-1}$,

tandis que pour les deux temps morts on a choisi $\tau = 5\ \mu s$.
Résultat de simulations par Monte Carlo.

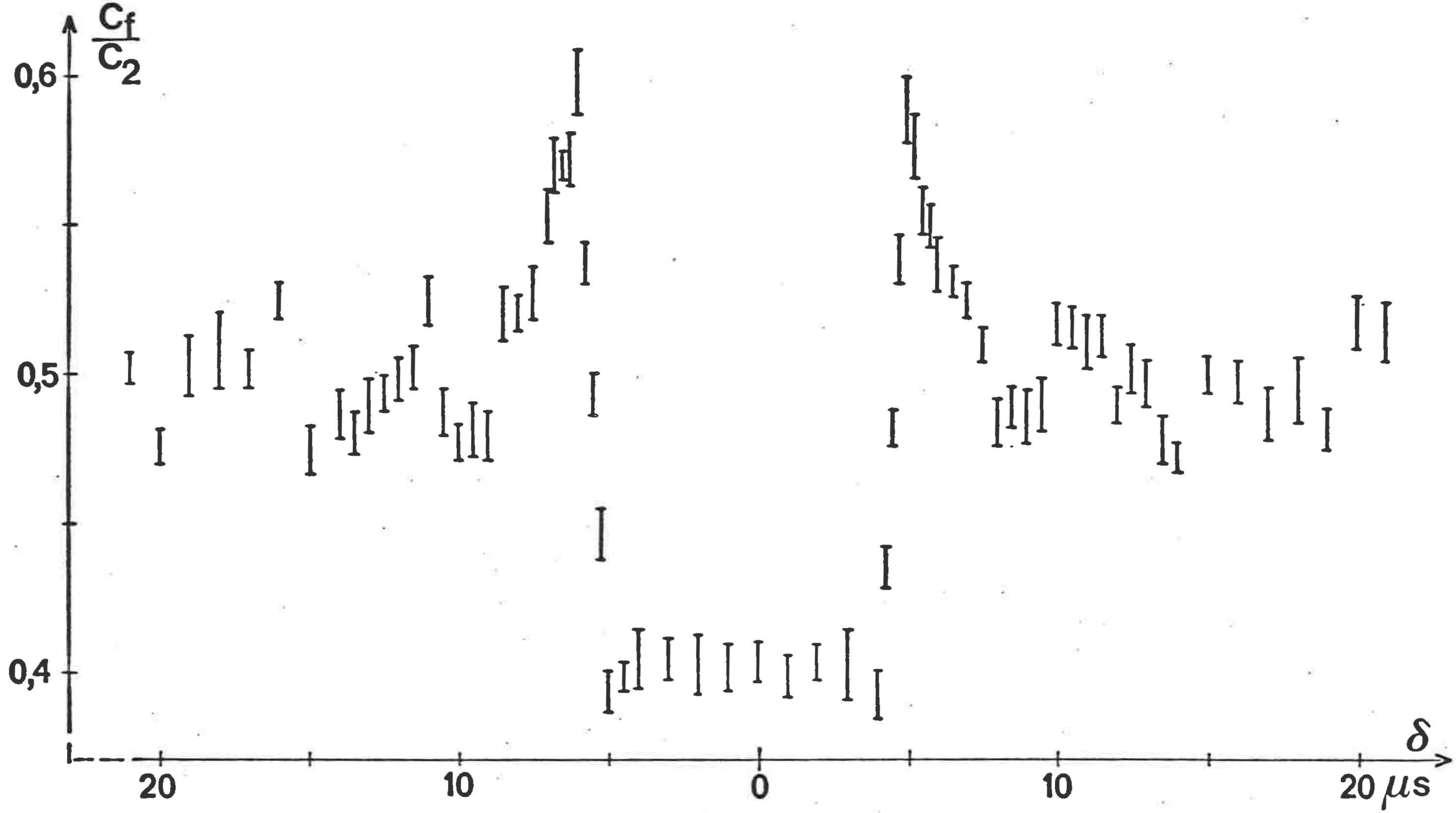

Fig.3 – Rapport des taux de coincidences fortuites C_f et de coincidences vraies C_2 en fonction du retard δ entre les voies β et γ. Ces simulations par Monte Carlo se basent sur les valeurs $B_1 = G_1 = 200\ 000\ s^{-1}$, $C_1 = 100\ 000\ s^{-1}$, $\tau_\beta = \tau_\gamma = 5 \mu s$ et $\tau_r = 1 \mu s$

théorie. En particulier, on remarque aisément l'effet de la corrélation qui se traduit par une périodicité transitoire amortie dont la période est essentiellement déterminée par la durée des temps morts.

A l'heure actuelle nous sommes encore loin d'une description satisfaisante de tous ces effets. Mais leur influence sur la mesure exacte d'activités absolues nous oblige à étudier plus en détail tous ces problèmes qui sont à la base d'une interprétation sûre et précise des résultats des mesures.

L'application de l'une ou l'autre des différentes formules proposées pour l'interprétation des mesures peut donner lieu à des écarts qui atteignent ou dépassent facilement le millième, comme l'a bien montré la dernière comparaison internationale de ^{56}Mn. En effet, dans certains cas ces incertitudes sont la source la plus importante d'erreur systématique sur le résultat final. Par conséquent, un progrès dans notre connaissance des corrections de deuxième ordre n'est pas seulement un problème d'esthétique pure, mais plutôt de stricte nécessité, si l'on veut être sûr que la précision actuellement accessible n'est pas illusoire.

(Juin 1970)