Remarque sur la simulation d'un temps mort généralisé

par Jörg W. Müller

Bureau International des Poids et Mesures, F-92310 Sèvres

Pour clarifier le bien-fondé de l'approche simpliste utilisée au BIPM pour réaliser un temps mort de type généralisé, on a fait une petite analyse du modèle. Puisque le choix du type de temps mort ("N" ou "E") à associer avec une impulsion n'est pas vraiment aléatoire, mais déterminé par un signal périodique à deux états (et avec fréquence $\nu = 1/T$), il n'est pas évident si les choix que l'on fait lors de l'arrivée de deux impulsions successives sont suffisamment indépendants l'un de l'autre, comme le modèle mathématique le suppose.

Pour arriver à une appréciation quantitative, on a évalué, pour une séquence donnée de types (par exemple "E-N"), la probabilité conditionnelle pour "N", après un choix précédent "E". Pour une série d'impulsions de Poisson (à taux de comptage ρ) on trouve ainsi l'expression

$$P(N|E) = (1 - \theta)(1 - \Delta) ,$$

où le paramètre θ est défini par $P(E) = \theta$, donc $P(N) = 1 - \theta$, et le terme correctif est évalué à

$$\Delta \cong \frac{\rho^2 T^2}{12} \theta(1 - \theta) .$$

Les probabilités analogues $P(E|N)$, $P(N|N)$ et $P(E|E)$ se déterminent à partir de $P(N|E)$ par de simples raisonnements de symétrie.

L'écart relatif entre $P(N|E)$ et sa valeur idéale $P(N) = 1 - \theta$ est donc exprimé par Δ, qui atteint son maximum pour $\theta = 1/2$. Or, même dans ce cas il est pratiquement toujours possible de choisir, pour une valeur de ρ donnée, une fréquence ν suffisamment élevée pour rendre Δ négligeable.

Ainsi, pour les mesures de C.E. de Almeida décrites récemment, on avait $\rho \cong 10\,000\ \mathrm{s}^{-1}$ et $T = 2\ \mu\mathrm{s}$, ce qui donne

$$\Delta_{max} = \Delta\left(\theta = \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{12}(0{,}02)^2 \frac{1}{4} \cong 8 \cdot 10^{-6} ,$$

valeur qui est en effet négligeable par rapport à 1.

La situation est nettement plus compliquée si l'on admet que l'arrivée des impulsions a déjà été perturbée par un temps mort τ_o. Une étude actuellement en cours indique que la simulation, pour l'approche adoptée, peut être rendue optimale (pour $\theta = 1/2$) si l'on choisit la fréquence ν du signal périodique telle que

$$\nu = \frac{1}{2\tau_o}\left(1 + \frac{\rho T}{24}\right) .$$

En particulier, on trouve qu'il faut surtout éviter l'emploi d'une fréquence proche des valeurs $1/4\tau_o$ ou $3/4\tau_o$ pour lesquelles les probabilités conditionnelles s'écarteraient le plus des valeurs attendues.

Deux rapports BIPM décrivant ces raisonnements en plus de détails sont en préparation.

(Mai 1986)