Correction empirique de temps mort basée sur la répartition des intervalles

1. Remarques générales

Des mesures comparatives récentes ont montré que la détermination absolue d'activités, par la méthode $4\pi\beta$-γ, à des taux de comptage très élevés pose quelques problèmes nouveaux. Tandis que pour des activités allant jusqu'à 15 000 Bq environ les résultats semblent être tout à fait consistants dans la limite de 0,2% admise habituellement pour un radionucléide comme le ^{60}Co, les mesures pour des taux plus élevés montrent une tendance systématique de déviation. Cet écart (vers le haut) peut atteindre 3% pour une activité de 130 000 Bq.

Pour nos mesures habituelles, cet effet n'a rien d'inquiétant, il est vrai. Cependant, en l'oubliant complètement on se rendrait coupable d'une négligence difficile à pardonner, car il est toujours irritant de trouver des erreurs systématiques à des endroits où on ne les avait guère soupçonnées, même si celles-ci n'atteignent pas encore une valeur désastreuse.

Dans notre cas, la recherche de l'origine de l'ennui n'est pas aisée car il y a trop de possibilités. Même la séparation apparemment logique entre une cause purement instrumentale ("électronique") et une insuffisance des corrections appliquées("formule") n'est pas évidente. Ainsi, par exemple, il y a certainement un problème sérieux d'empilement (pile up) pour les taux envisagés. Ceci peut être attribué à la lenteur relative de l'électronique, mais il serait aussi admissible de l'envisager sous l'aspect des déformations produites dans les spectres d'amplitude et de temps, nécessitant donc des corrections supplémentaires. Finalement, on ne saurait exclure comme explication pour les déviations observées la possibilité que les formules traditionnellement appliquées sont tout simplement insuffisantes pour des taux de comptage très élevés.

Les premiers contrôles ont porté sur les taux individuels des chaînes β et γ. Ce choix était d'autant plus indiqué que les problèmes liés aux coincidences sont malheureusement toujours trop mal connus pour permettre une discussion sérieuse des termes correctifs d'ordre supérieur. Or, déjà les taux de comptage individuels semblent nous réserver quelques surprises.

Avec son nouveau convertisseur temps-amplitude ("TAC"), P. Bréonce a enregistré une série de spectres d'intervalles (pour les impulsions β et γ). Dans le domaine des taux élevés tous ces spectres montrent des déviations non négligeables par rapport à la forme exponentielle décalée attendue sur laquelle se fonde la correction appliquée. Une des causes est sans doute la présence de plusieurs temps morts en série. Bien que le cas de deux temps morts soit assez bien connu, les formules qui s'y rapportent sont peu utiles puisque le premier élément dans la chaîne des temps morts ne correspond pas à un des deux types usuels simples.

2. La nouvelle méthode de correction

L'idée de base consiste à tirer profit de la forme empirique de la répartition des intervalles observés entre les impulsions enregistrées. On se contentera ici de donner un résumé de quelques résultats; une description plus détaillée des calculs, faite il y a quelque temps déjà, mais jamaise mise à l'épreuve, est disponible sur demande.

On peut montrer que pour les deux types de temps morts τ (étendus et non étendus) un processus de Poisson est toujours déformé de façon que la densité asymptotique des intervalles suit la loi

$$f(t) \cong C \cdot e^{-\rho t}, \qquad \text{pour} \quad t \gg \tau ,$$

où C est une constante. Ce résultat nous amène à penser que pour tout temps mort réel, supposé intermédiaire entre les deux types extrêmes couramment étudiés, la densité exponentielle décrit toujours correctement la répartition asymptotique des intervalles. Cette partie du spectre peut donc être utilisée pour en déterminer ρ_{ex} (par la méthode des moindres carrés) comme estimation pour le taux original ρ.

Pour obtenir la valeur effective τ_{eff} du temps mort, c'est-à-dire celle qu'il convient d'insérer dans la formule de correction habituelle

$$\rho = \frac{R}{1 - R \cdot \tau_{eff}}$$

pour déterminer ρ, en partant du taux de comptage observé R, nous comparons le spectre expérimental à sa forme "idéale" (pour τ non étendu).

Supposons que la distribution empirique des intervalles soit disponible, après conversion par un TAC, sous forme d'un spectre g_i, où la valeur numérique de g_i donne le contenu du canal n° i d'un analyseur multicanaux. Celle-ci sera comparée (voir Fig. 1) à la distribution idéale f_i qui est une exponentielle décalée. On utilisera donc la notation suivante (pour un canal i)

$$f_i = N_o \cdot e^{-\rho_{ex} \cdot (i - i_o) \cdot d}, \qquad \text{pour } i \geqslant i_o, \text{ sinon } \quad f_i = 0,$$

g_i = contenu enregistré dans le canal i,

$h_i \equiv f_i - g_i$ = spectre dit de différence,

avec

d = largeur d'un canal (en s),

$i_o d = \tau$ = valeur (en s) du temps mort nominal (mesuré ou admis), et

N_o = contenu (extrapolé) du canal i_o.

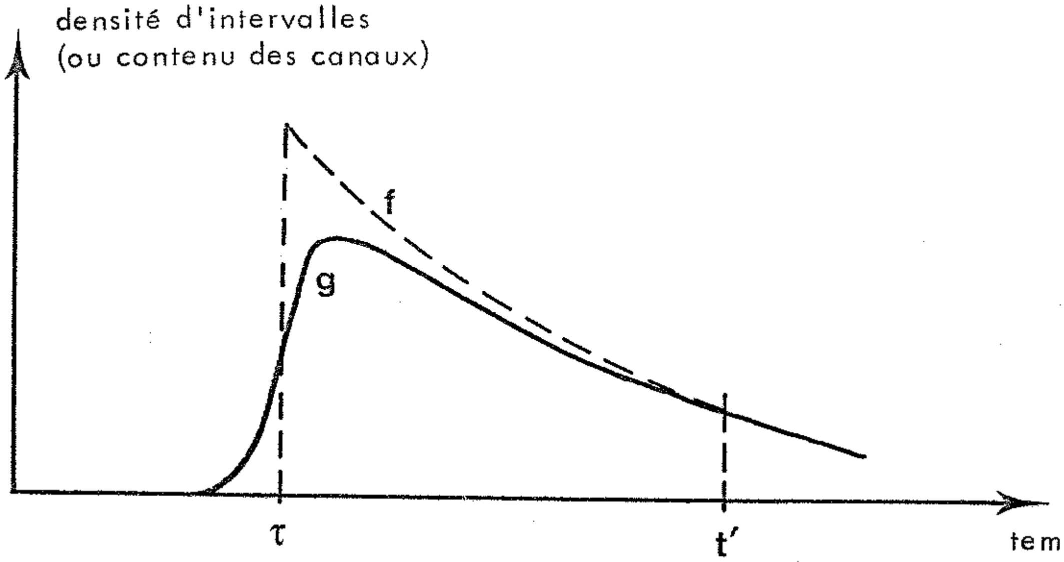

Figure 1 - Comparaison schématique entre la distribution idéale (f) et la distribution réelle (g) des intervalles. Pour $t > t'$ les deux courbes se confondent.

Le spectre idéal est donc déterminé par les deux valeurs N_o et ρ_{ex} que l'on obtient par l'ajustement d'une exponentielle à la "queue" du spectre expérimental (à partir de t').

Une autre estimation de ρ se base sur le premier moment de g. La valeur moyenne de l'intervalle entre impulsions enregistrées est donnée par

$$\bar{t} \cong \frac{d \sum_i i \cdot d \cdot g_i}{d \sum_i g_i} = \frac{d}{\sum g_i} \left(\sum i \cdot f_i - \sum i \cdot h_i \right) ,$$

où les sommes s'étendent jusqu'à l'infini. Or, avec la simple forme admise pour f_i on obtient

$$\sum f_i \cong \frac{N_o}{\rho\, d} \qquad \text{et} \qquad \sum i \cdot f_i \cong \frac{N_o}{\rho\, d^2} \left(\tau + \frac{1}{\rho} \right) .$$

En utilisant les abréviations

$$\sum f_i = F , \qquad \sum g_i = G , \qquad \sum h_i = H \qquad \text{et} \qquad \sum i \cdot h_i = J ,$$

on peut aussi écrire

$$\bar{t} = \frac{1}{R} \cong \frac{F}{G} \left(\tau + \frac{1}{\rho} \right) - d \frac{J}{G} ,$$

et après quelques réarrangements on obtient comme nouvelle estimation du taux original

$$\rho \cong \frac{R \cdot F}{G - R\,(F \cdot \tau - J \cdot d)} \;.$$

Définissons le taux original "provisoire" r par

$$r = \frac{R}{1 - R\tau} \;,$$

où τ est la valeur nominale du temps mort (par exemple déterminée pour le dernier élément de la chaîne), que l'on suppose du type non étendu. L'insertion de cette valeur dans les formules précédentes donne finalement

$$\rho \cong \frac{R}{1 - R\left[\tau + \frac{r \cdot d}{N_o}\left(\frac{H}{R} - J \cdot d\right)\right]} \;.$$

On note en particulier que les sommes infinies F et G ont disparu tandis que H et J s'étendent sur un domaine fini (puisque $h_i \cong 0$ à partir de t'). Si l'on applique la formule de correction habituelle, il suffit donc de remplacer τ par

$$\tau_{eff} \cong \tau + \frac{r \cdot d}{R \cdot N_o}\,(H - R \cdot J \cdot d) \;.$$

Si le terme correctif semble trop grand (en valeur relative), on répétera la procédure en partant de valeurs améliorées τ' et r' au lieu de τ et r.

Un contrôle important consiste à comparer la valeur ρ obtenue à l'aide de τ_{eff} au taux ρ_{ex} déduit de la queue exponentielle. Dans le cas d'une différence significative, on a tout intérêt à partir sérieusement à la recherche d'erreurs systématiques.

On remarquera également que d'après la dernière formule indiquée il ne suffit pas (comme on pourrait avoir tendance à le faire) de choisir dans la figure 1 pour τ une position sur l'axe du temps qui corresponde à H = 0, puisque τ_{eff} dépend également de J.

3. Etudes à poursuivre

C. Veyradier a fait un assez grand nombre de calculs sur ordinateur qui utilisent de la manière décrite plus haut le spectre expérimental des intervalles, pour en déduire le taux original de comptage ρ. Après quelques difficultés initiales, qui ont été éliminées par des perfectionnements dans le programme, la méthode marche assez bien. Dans tous les cas étudiés, elle a donné une nette amélioration par rapport à la correction habituelle, mais trop souvent l'écart entre ρ et ρ_{ex} dépasse encore les incertitudes d'origine purement statistique. Ainsi, on s'est aperçu que la raison principale pour ces écarts réside sans doute dans la non linéarité du convertisseur temps-amplitude. C'est pourquoi on essaie actuellement, avec quelques autres modifications, de développer une méthode qui soit à la fois suffisamment simple, générale et précise pour mesurer ces déviations et d'en tenir compte dans les calculs. Ceci n'est pas très aisé puisqu'un défaut de linéarité dans la transformation temps-amplitude change à la fois l'échelle de temps et le contenu des canaux, mais on espère y arriver quand même.

Malheureusement, cette méthode de correction, même après guérison des maladies infantiles, ne s'appliquera pas au comptage des coincidences. Le problème de la mesure absolue d'activités élevées a donc toutes les chances de continuer à nous préoccuper, mais au moins le domaine des causes d'erreurs possibles sera plus restreint.

J.W.M.

(Janvier 1976)