Perturbation produite par une fenêtre spectrale

par Jörg W. Müller

Bureau International des Poids et Mesures, F-92310 Sèvres

Il a été suggéré à plusieurs reprises par quelques laboratoires nationaux que la correction appliquée habituellement au comptage d'impulsions bêta ou gamma est incomplète si elle ne se base que sur la partie des événements effectivement mesurée. Ainsi, en utilisant par exemple un seuil (discriminateur) ou une fenêtre électronique qui ne laisse passer qu'une partie restreinte du spectre énergétique dont on dispose, il serait nécessaire de tenir compte des pertes dues aux événements rejetés ("out-of-window events").

Cette perturbation peut, en effet, être assez grande, mais sa description est compliquée par le fait que son mécanisme même, et donc son importance, dépendent fortement de détails expérimentaux de la chaîne électronique . Il semble, en particulier, qu'un choix judicieux de l'ordre dans lequel certains éléments sont arrangés peut nettement réduire l'effet en question et que le dispositif normalement utilisé au BIPM n'en est guère affecté.

Pour étudier un peu plus en détail l'importance éventuelle de cette perturbation, on a supposé qu'un train d'impulsions, qui a déjà franchi un temps mort (imposé volontairement ou non), arrive à un dispositif qui ne laisse passer que les impulsions qui se situent dans un certain domaine d'énergie. Puisque temps et amplitude sont des paramètres que l'on peut supposer indépendants, une telle contrainte résulte pour la série d'événements dans un prélèvement au hasard que l'on peut décrire par une probabilité p de transmission. Ces hypothèses facilitent beaucoup la description mathématique.

Si les intervalles entre impulsions consécutives sont décrits avant le canal par $f_1(t)$, leur densité après son passage est donnée par

$$F(t) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k \cdot f_k(t) \ ,$$

avec $P_k = p(1-p)^{k-1}$ et $f_k(t) = \{f_1(t)\}^{*k}$.

Il en résulte pour les moments d'ordre r

$$_F M_r = \sum_{k=1}^{\infty} P_k \cdot {}_k m_r \ ,$$

où ${}_k m_r = \int_0^{\infty} t^r \cdot f_k(t) \, dt$.

On ne dispose pas d'expression générale pour ${}_k m_r$, mais nous avons pu montrer que pour les deux premiers moments on a

$$ {}_k m_1 = k \cdot {}_1 m_1 \quad \text{et} $$

$$ {}_k m_2 = k\left[{}_1 m_2 + (k-1)\ {}_1 m_1^2\right] . $$

Or, des expressions explicites pour ${}_1 m_1$ et ${}_1 m_2$ sont bien connues par des études antérieures pour le cas d'un processus de Poisson perturbé par un temps mort τ. Ceci permet d'effectuer les calculs nécessaires pour arriver aux moments ${}_F M_1$ et ${}_F M_2$. Le travail de détail est assez fastidieux et sera présenté plus tard; nous nous contentons d'indiquer ici quelques résultats simples.

Ainsi, on a par exemple pour un temps mort cumulatif (avec $x = \rho\tau$ et $y = e^x$)

$$ {}_F M_1 = \frac{y}{p\rho} \quad \text{et} \quad {}_F M_2 = \frac{2y}{(p\rho)^2}(y - px). $$

A l'aide des formules données dans BIPM-77/1, on en déduit pour le comptage d'impulsions les moments asymptotiques

$$ \hat{k}(t) \cong \frac{p \cdot \rho t}{y} , $$

$$ \sigma_k^2(t) \cong \frac{p \cdot \rho t}{y^2}(y - 2px). $$

Il s'ensuit pour leur rapport que

$$ L \equiv \frac{\sigma_k^2(t)}{\hat{k}(t)} \cong 1 - \frac{2px}{y} . $$

Ce résultat permet, pour un temps mort τ connu, une estimation approximative du paramètre p à partir de résultats de mesure.

L'intérêt pratique de la perturbation discutée ici consiste dans la possibilité d'éviter le danger d'appliquer une correction insuffisante au taux de comptage expérimental R pour en déduire ρ, car pour une probabilité de transmission $p < 1$ la formule à utiliser est par exemple

$$ \rho = \frac{R}{p - R\tau} $$

si τ est du type non cumulatif, comme il est facile de le démontrer.

(Octobre 1981)