

Observations sur le taux des coïncidences vraies (J.W. Müller)

Dans la méthode pour mesures absolues d'activité, dite $4\pi\beta\text{-}\gamma$, le taux des coïncidences vraies entre sous forme d'un facteur. Il se détermine à partir des coïncidences comptées, en les corrigeant pour les coïncidences fortuites qui sont dues à la résolution finie du circuit à coïncidences. De plus, on tient compte du mouvement propre qui se superpose à l'activité à déterminer.

Toutes ces corrections ne sont pas connues exactement, mais on espère que les approximations sont suffisamment bonnes pour les conditions expérimentales normalement utilisées. Une discussion critique de ces problèmes, qui fera l'objet d'une étude ultérieure, nous en montrera les limites pratiques.

Même à part ces difficultés, c'est-à-dire même dans des conditions de mesure idéalisées (pas de temps de résolution ni de mouvement propre, etc.), il y a un autre problème important - et souvent méconnu d'ailleurs -: celui du taux C_2 des coïncidences vraies après passage des temps morts (voir figure).

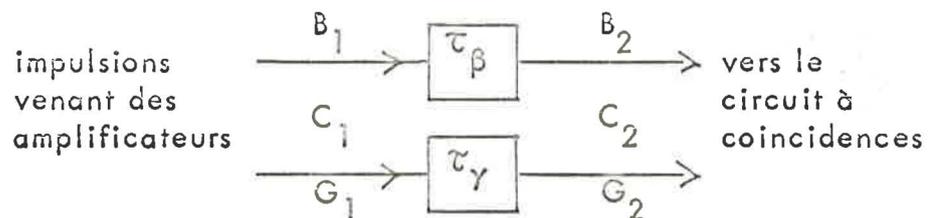


Fig. Schéma du dispositif expérimental avec notation pour les taux de comptage dans les voies β et γ avant et après les temps morts τ .

Pour les taux "somme" B_1 et G_1 (du type Poissonien) dans les deux voies, on connaît bien les pertes introduites par les temps morts (supposés non-cumulatifs), ce qui permet d'écrire

$$B_2 = B_1 \cdot T_\beta \quad \text{et} \quad G_2 = G_1 \cdot T_\gamma$$

avec les facteurs de "transmission"

$$T_\beta = \frac{1}{1 + B_1 \tau_\beta} \quad \text{et} \quad T_\gamma = \frac{1}{1 + G_1 \tau_\gamma}$$

En désignant par des minuscules les taux des impulsions non jumelées, on peut aussi écrire:

$$\begin{aligned} B_1 &= b_1 + C_1, & B_2 &= b_2 + C_2 \\ \text{et} & & & \\ G_1 &= g_1 + C_1, & G_2 &= g_2 + C_2. \end{aligned}$$

Quant aux coïncidences, on a l'habitude de raisonner de la manière suivante: une coïncidence C_1 ne peut "survivre" que si ses deux partenaires réussissent à passer à la fois par leurs temps morts. Cela nous amène au produit des probabilités respectives et l'on suppose donc que

$$C_2 = C_1 \cdot T_c \quad \text{avec} \quad T_c = T_\beta \cdot T_\gamma .$$

Cependant, ce raisonnement n'est pas correct, comme le démontrent les résultats de simulations de ces processus sur ordinateur par la méthode de Monte Carlo (voir tableau). On y voit que ce n'est que pour un taux de coïncidences $C_1 \rightarrow 0$ que la valeur T_c est bien rapprochée par le simple produit $T_\beta \cdot T_\gamma$.

Mesures:		Calculs:		
C_1 (s^{-1})	$T_c^{\text{exp.}} = C_2/C_1$	$T_\beta \cdot T_\gamma$	T_c pour $K = 1$	l'accord avec $T_c^{\text{exp.}}$ demanderait
$25 \cdot 10^3$	$0,268 \pm 0,003$	0,250	0,251	$K \cong 1,1$
50	$0,289 \pm 0,003$	0,250	0,254	1,2
75	$0,311 \pm 0,002$	0,250	0,259	1,3
100	$0,334 \pm 0,003$	0,250	0,268	1,5
125	$0,366 \pm 0,004$	0,250	0,281	1,9
150	$0,396 \pm 0,004$	0,250	0,301	3,0
175	$0,444 \pm 0,003$	0,250	0,337	4,5
200	$0,504 \pm 0,003$	0,250	0,500	(indépendant de K)

Tableau: Résultats des simulations et calculs pour

$$B_1 = G_1 = 200 \cdot 10^3 s^{-1} \quad \text{et} \quad \tau = 5 \mu s .$$

L'explication du fait qu'en réalité le taux C_2 est plus élevé que le prévoit le raisonnement donné ci-dessus ne semble pas évidente. Du moins n'avons-nous pas réussi à en trouver une description à la fois simple et complète en dépit de plusieurs tentatives. C'est pour cette raison que nous nous bornerons à donner quelques indications concernant la plus simple des deux méthodes de calcul étudiées qui pourrait peut-être, une fois complétée, fournir une explication valable. Pour simplifier l'écriture, on admettra toujours $\tau_\beta = \tau_\gamma = \tau$.

On constate aisément que l'un ou les deux partenaires d'une coincidence C_1 sont perdus s'il ya un comptage dans l'intervalle de temps mort qui la précède. Cette coincidence C_1 ne sera donc plus incluse dans C_2 . Un tel effacement peut être dû à l'enregistrement d'impulsions

du type	avec probabilité
b_2 seul	$b_2 \tau \cdot (1 - K \cdot g_2 \tau)$
g_2 seul	$g_2 \tau \cdot (1 - K \cdot b_2 \tau)$
C_2 seul	$C_2 \cdot \tau$
b_2 et g_2	$K \cdot b_2 g_2 \tau^2$

Dans ces probabilités, $K \geq 1$ est un "facteur de corrélation" qui tient compte du fait que même les impulsions "célibataires" b_2 et g_2 ont perdu une partie de leur indépendance par l'introduction de temps morts.

La probabilité totale P pour perdre une coincidence C_1 est alors donnée par:

$$P = b_2 \tau + g_2 \tau + C_2 \tau - K \cdot b_2 g_2 \tau^2 .$$

Pour la chance de survie $T_c = C_2/C_1$ d'une coincidence C_1 , on obtient donc l'équation:

$$T_c = 1 - P = 1 - [B_2 + G_2 - C_1 T_c - K \tau (B_2 - C_1 T_c) \cdot (G_2 - C_1 T_c)] \tau ,$$

qui est de deuxième ordre en T_c .

En écartant la solution qui dépasserait l'unité, on trouve

$$T_c = \frac{1}{2\alpha} \cdot (\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}) ,$$

avec les abbréviations

$$\alpha = K \cdot \bar{C}^2 ,$$

$$\beta = 1 + \bar{C} \cdot [K \cdot (\bar{B} + \bar{G}) - 1]$$

et
$$\gamma = 1 - (\bar{B} + \bar{G} - K \cdot \bar{B} \bar{G}) ,$$

où l'on a posé
$$\bar{C} = C_1 \tau ,$$

$$\bar{B} = B_2 \tau , \quad \bar{G} = G_2 \tau .$$

Puisque nous ignorons encore les valeurs réelles pour les corrélations $K = K(B_1, G_1, C_1; \tau)$, un accord peut toujours être trouvé par ajustement (voir tableau). Par conséquent, une détermination indépendante de K doit être essayée. Son résultat montrera si cette tentative d'expliquer les taux C_2 de coïncidences vraies après passage des temps morts est valable ou non.

(Mars 1970)