Ou moreau de promet

Profil spectral de la radiation étalon du krypton et mesures au Perot-Fabry

par

P. Giacomo

1. Position du problème

Dans un interféromètre de Michelson, on observe une légère variation de la longueur d'onde apparente de la radiation étalon du krypton en fonction de la différence de marche des faisceaux interférants : les franges d'interférence ne sont pas rigoureusement équidistantes en fonction de l'épaisseur. Cette variation indique une légère asymétrie du profil spectral. Les résultats expérimentaux fournissent, par transformation de Fourier, un profil spectral qui s'interprète de façon satisfaisante comme celui d'un doublet non résolu (1) ; les deux composantes de ce doublet, de même profil spectal, ont un rapport d'intensité $r \ll 1$ et des nombres d'onde 6 1 (composante forte) et 6 2 (composante faible) voisins : Rowley et Hamon (1) ont trouvé que le doublet doit correspondre à $r(\Delta 6)^2 \sim 0.03$ m⁻² avec un optimum (peu pointu) pour r = 0.06 et $\Delta 6 = 6 2 - 6 1 = -0.7$ m⁻¹.

Lorsqu'on utilise un interféromètre de Perot-Fabry, l'effet de la dissymétrie du profil se traduit également par une variation de la longueur d'onde apparente en fonction de l'épaisseur ; cette variation se prête mal au calcul, dans la mesure où, même pour un doublet, elle dépend du profil spectral de chacune des composantes et des divers effets d'élargissement instrumentaux (diamètre du diaphragme explorateur, défauts de planéité des miroirs). Dans une publication récente (2) R. Barger a utilisé pour ce calcul un profil spectral gaussien pour chacune des composantes et pour la transmission du Perot-Fabry une fonction d'Airy. Il trouve ainsi que la meilleure interprétation de ses résultats correspond à r = 0,027 et $\Delta G = -1$ m⁻¹.

Le point important n'est pas de déterminer les caractéristiques de ce doublet hypothétique. De ce point de vue, les résultats de Barger sont honnêtement compatibles avec ceux de Rowley et Hamon puisqu'ils correspondent à $r(\Delta \sigma)^2 = 0.027$ m⁻². L'essentiel est de pouvoir comparer les mesures de longueur et de longueur d'onde effectuées avec les deux types d'interféromètre, donc de savoir quelle est la longueur d'onde apparente du krypton dans les deux cas. Il est difficile d'estimer dans quelle mesure le choix du profil gaussien et de la fonction d'Airy influencent les résultats de Barger sur ce point.

σ₁,
σ₂

Nous avons donc cherché un procédé semi-empirique qui permette, sans introduire des hypothèses aussi restrictives, de connaître les variations de la longueur d'onde apparente, dans un interféromètre quelconque.

2. Hypothèses de départ

Nous admettons que le profil spectral du krypton est correctement représenté par un doublet (nombres d'onde σ_1 pour la composante intense et σ_2 pour la composante faible, rapport d'intensité r (1) dont les deux composantes ont le même profil spectral. Dans l'interféromètre d'épaisseur T, les ordres d'interférence correspondants sont p_1 et p_2 ; on utilisera éventuellement λ_{app} , σ_{app} et p_{app} pour les caractéristiques apparentes de la radiation globale.

Pour l'une ou l'autre composante, le facteur de transmission de l'interféromètre est $\mathcal{T}_1(p_1)$ ou $\mathcal{T}_2(p_2)$; \mathcal{T}_1 et \mathcal{T}_2 seraient une même fonction d'Airy pour un Perot-Fabry idéal et des composantes parfaitement monochromatiques. Dans le petit domaine spectral qui nous intéresse, on peut choisir l'origine de T telle que $p_1 = 2T\sigma_1$ et $p_2 = 2T\sigma_2$ (3). On peut également admettre que les fonctions \mathcal{T}_1 et \mathcal{T}_2 restent identiques, compte tenu des effets instrumentaux :

$$\Upsilon_1(p) \equiv \Upsilon_2(p) \equiv \Upsilon(p)$$

Pour la radiation globale, l'intensité transmise par l'interféromètre est donc de la forme

$$I(T) = I_{o}(p_{1}(T)) + r I_{o}(p_{2}(T))$$
$$= I_{o}(2T\sigma_{1}) + r I_{o}(2T\sigma_{2})$$

3. Maximumsde I(T)

Il est commode de caractériser les variations de $\sigma_{\rm app}$ en cherchant les déplacements des maximums de I(T) par rapport à ceux de la composante intense seule I $_{\rm o}$ (2T $\sigma_{\rm l}$).

On admet a priori que ces déplacements sont toujours petits par rapport à la largeur à mi-hauteur d'un "pic" de $I_0(T)$; on vérifiera que les résultats confirment cette hypothèse supplémentaire (4).

Les maximums de I(T) correspondent à des valeurs T_M , p_{1M} , p_{2M} de T, p_1 , p_2 telles que

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{2} \frac{dI}{dT} = \sigma_1 \frac{dI_0}{dp} (p_{1M}) + r \sigma_2 \frac{dI_0}{dp} (p_{2M}) = 0$$

alors que, pour σ_1 seule, les maximums correspondants se produiraient à $p_1 = p_{1.0}$ tel que

$$\frac{\mathrm{dI_0}}{\mathrm{dp}} \left(\mathrm{p_{1,0}} \right) = 0 ;$$

Τ p₁, p₂ λ σ p_{app} τ₁(p₁), τ₂(p₂)

7(p)

I(T), I_o(p₁), I_o(p₂)

T_M,
p_{lM},
p_{2M}

p_{1,0}

Sp

pour des maximums homologues, $\delta_p = p_{1M} - p_{1.0}$ reste $\ll 1$ (4)(5).

Au voisinage de $p_{1,0}$ on peut, avec une bonne approximation, prendre

$$\frac{\mathrm{dI}_{\mathrm{o}}}{\mathrm{dp}} (p_{\mathrm{l,0}} + \delta_{\mathrm{p}}) \simeq \mathrm{s} \delta_{\mathrm{p}} \quad (6)$$

où s n'est autre que la pente de $\frac{dI_0}{dp}$ (p) au voisinage de p_{1,0}.

L'équation[1] devient
$$s\sigma_1 \delta p \simeq -r\sigma_2 \frac{dI_o}{dp} (p_{2M})$$

$$\mathcal{S}_{p} \simeq -\frac{r}{s} \frac{\sigma_{2}}{\sigma_{1}} \frac{dI_{o}}{dp} (p_{2M}) \simeq -\frac{r}{s} \frac{dI_{o}}{dp} (p_{2M})$$

avec $p_2 = p_1 + 2T\Delta G$

$$p_{2M} = p_{1M} + 2T_{M}\Delta\sigma = p_{1,0} + \delta_{p} + 2T_{M}\Delta\sigma;$$

tant que r est \ll 1, \mathcal{S}_{p} est \ll 2T_M $\Delta \sigma$ et on peut, en première approximation (7) écrire

$$\delta_{p} \simeq -\frac{r}{s} \frac{dI_{o}}{dp} (p_{1,0} + 2T_{M}\Delta G)$$

 $|2T_M\Delta\sigma|$ est toujours inférieur à l dans les cas qui nous intéressent ; on est donc amené à étudier $I_o(p)$ au voisinage de l'abscisse $p_{1,0}$ correspondant à un maximum. En changeant d'origine pour p et posant $p_{1,0}+q$, on transforme $I_o(p)$ en $J_o(q)$ et

$$\mathcal{S}_{p} \simeq -\frac{r}{s} \frac{dJ_{o}}{da} (2T_{M}\Delta\sigma)$$

où $J_{0}(q)$ représente l'intensité transmise par l'interféromètre, pour la composante intense seule, en fonction de q, variation d'ordre d'interférence à partir du maximum. On a en particulier :

$$\frac{dJ_0}{dq}$$
 (0) = 0 et $\frac{d^2J_0}{dq^2}$ (0) = s

On connaît r et $\Delta \sigma$, mais on ne connaît ni T_M ni $J_O(q)$. Toutefois, on peut avec une excellente approximation substituer la valeur mesurée de T à T_M dans $2T_M\Delta \sigma$; de même, on peut utiliser, au lieu de $J_O(q)$, la courbe enregistrée J(q'), dans la mesure où l'effet du défaut de symétrie lui-même est à peine perceptible sur la forme de J(q'). On doit évidement prendre pour abscisse q' la variation d'ordre à partir du maximum de J. On obtient ainsi :

$$\delta_p \simeq -\frac{r}{s} \frac{dJ}{dq} (2T\Delta \sigma)$$

q J_o(q)

J(q')

On peut donc déduire de I(T) enregistrée, au voisinage de T_M, sans introduire aucune hypothèse concernant les profils des composantes ou les propriétés de l'interféromètre, une valeur de δ p correspondant aux valeurs admises pour r et $\Delta \sigma$ (fig. 1).

Pratiquement, on travaille toujours dans un domaine restreint autour de T_M , correspondant à un ou quelques ordres, mais pour une série de valeurs T_i de T largement différentes. Pour les différents T_i , la forme de $J_i(q')$ change en général notablement. On est donc conduit à enregistrer $J_i(q')$ pour chaque épaisseur T_i , sur un ou quelques ordres. On en déduit la famille de courbes

$$\frac{1}{s_i} \frac{dJ_i}{dq'} (q') \quad (8).$$

Il suffit ensuite de localiser, sur chacune de ces courbes, le point correspondant à q' = $2T_1\Delta \sigma$ dont l'ordonnée donne avec une bonne approximation $\frac{\delta p}{\delta r}$ (fig. 2). On voit qu'on peut, sans changer la famille de courbes utilisée, essayer d'autres valeurs de △6et r.

On devrait donc pouvoir sans trop de travail chercher les valeurs de Δ σ et r qui représentent le mieux les résultats expérimentaux.

Notons que, si l'on change la valeur admise pour $\Delta\sigma$, on doit aussi changer celles de σ_1 et σ_2 . Dans tous les cas, on a en effet

$$\delta p = 0 \text{ donc } \sigma_1 = \sigma_{app} \text{ pour } 2T\Delta\sigma = \frac{1}{2}$$
.

Si on veut comparer les mesures effectuées avec différents interféromètres, à des épaisseurs différentes, mais avec des sources de même profil spectral, on peut déduire de l'étude de J(q') dans chaque cas la différence des nombres d'onde apparents de la radiation étalon. \mathcal{G}_{app} est dans chaque cas égal à

$$\sigma_{1} - \frac{\mathcal{S}_{p}}{2T}$$
 et $(\sigma_{app})_{A} - (\sigma_{app})_{B} = (\frac{\mathcal{S}_{p}}{2T})_{B} - (\frac{\mathcal{S}_{p}}{2T})_{A}$.

Cette étude est évidement simplifiée dans le cas de l'interféromètre de Michelson, la courbe

$$\frac{1}{s} \frac{dJ}{dq}$$
 (q')

étant dans tous les cas une sinusoïde unique de période $\Delta q'=1$ et d'amplitude 1/2TT (8).

T_i(q')

- (1) ROWLEY (W.R.C.), HAMON (J.), Revue d'Optique, <u>42</u>, 1963, p. 519.
- (2) BARGER (R.L.), CPEM 72 Boulder, à paraître dans ...
- (3) Avec une origine quelconque des épaisseurs, on a en général $p'=2T'\mathcal{O}+p'_0$, où p'_0 est fonction de \mathcal{O} ; p'_0 contient en particulier les effets des déphasages à la réflexion. Dans un petit domaine de \mathcal{O} , on peut choisir l'origine commune de T et p telle que

$$\frac{dp'}{d\sigma} = 2T' + \frac{dp'_0}{d\sigma} = 2T$$

- (4) On voit (fig. 2) que $\left|\frac{\mathcal{S}p}{r}\right|$ est toujours $\leq \frac{1}{\pi}$ et que, pour r et $\Delta \mathcal{S}$ donnés, $\mathcal{S}p$ décroît encore quand la finesse des franges croît.
- (5) $p_{1M} = p_{1,0} + S$ p est l'ordre d'interférence pour la radiation de référence σ_1 à l'épaisseur T_M . Pour cette épaisseur la radiation globale donne un maximum de transmission homologue de $p_{1,0}$ donc $p_{app} = p_{1,0}$. L'écart \mathcal{E} à la linéarité (de p_{app} en fonction de T) tel qu'il est défini dans (1) est

$$\mathcal{E}_{=} (p_{app} - p_{réf})_{T_M} = p_{1,0} - p_{lM} = - \delta p$$

à condition de prendre comme référence justement la composante intense. C'est bien ce que l'on fait si l'on ajuste la radiation de référence de telle façon que la variation de \mathcal{E} (mesuré) suive une loi sensiblement sinusoïdale en fonction de T dans le cas de l'interféromètre de Michelson.

- (6) La courbe $I_0(p)$ étant symétrique par rapport à l'axe $p = p_{1,0}$, on ne néglige que des termes du 3^e ordre en δp .
- (7) Cette approximation n'est pas indispensable. Si on conserve \mathcal{S}_p , les courbes (fig. 2) sont "cisaillées" avec un angle de cisaillement $\alpha \simeq tg\alpha = r$ suffisamment petit pour ne pas influencer notablement les résultats. On peut aussi utiliser les mêmes courbes mais un axe des $\frac{\mathcal{S}_p}{r}$ oblique.
- (8) Cette famille de courbes se réduit à une sinusoïde unique dans le cas de l'interféromètre de Michelson : pourvu que le profil spectral soit limité à un petit intervalle de o, la partie variable de l'intensité transmise I(T) ou Io(T) est toujours, avec une excellente approximation, une fonction sinusoïdale de T, tout au moins dans un domaine couvrant seulement quelques ordres. Les effets d'élargissement et la largeur spectrale entraînent seulement une variation lente de la visibilité des franges et, s'ils sont dissymétriques, une variation lente de la période de I(T). Ces deux dernières conclusions restent valables pour un Perot-Fabry, mais la fonction I(T), qui reste sensiblement périodique, n'est plus une fonction d'Airy. Dans tous les cas, le facteur le ramène toutes les courbes à la pente la l'origine.

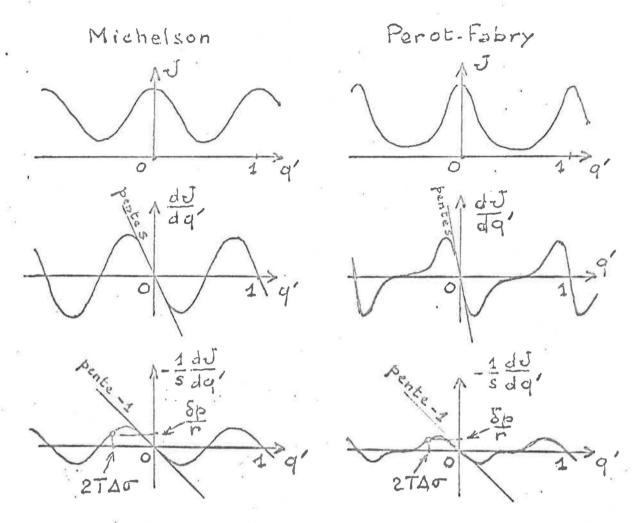


Figure 1 Noter que s et $\Delta\sigma$ sont négatifs.

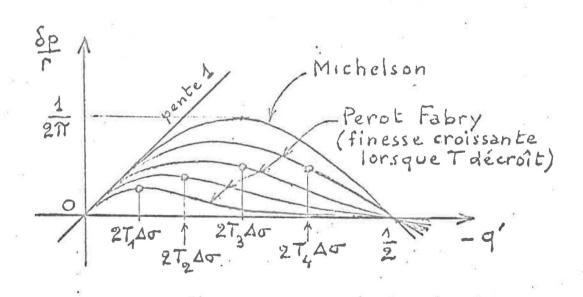


Figure 2 $\Delta\sigma$ étant négatif, il est commode de prendre pour abscisse - q'.