Une méthode simple pour mesures précises de temps morts (J.W. Müller)

La proposition faite dans le dernier rapport mensuel de remplacer dans le dispositif courant pour mesurer un temps mort les deux sources par des oscillateurs s'est avérée très avantageuse.

La précision n'est maintenant plus limitée par les fluctuations statistiques des sources radioactives, et aucune hypothèse n'intervient sur la répartition des petits intervalles, car la nouvelle distribution après la superposition est entièrement déterminée par les deux fréquences. De plus, les calculs qui sont simples et ne font plus appel à des approximations peuvent se faire pour les deux types de temps mort. Dans des conditions stables (oscillateurs à quartz) la mesure des deux fréquences ne pose pas de problème et l'exactitude de la mesure du temps mort atteindra donc facilement le pour-mille.

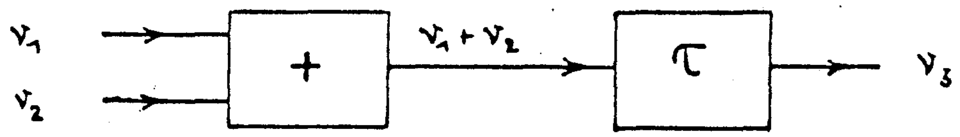

Fig. 1 - Schéma de principe de la mesure

Soient ν_1 et ν_2 (avec $\nu_1 > \nu_2$, p. ex.) les deux fréquences fixes et indépendantes (fig. 1), dont le rapport est supposé irrationnel, et ν_3 le taux moyen de leur superposition après avoir traversé le dispositif de temps mort. Les calculs montrent alors que les relations simples suivantes entre ces trois quantités sont valables, dont quelques-unes viennent d'être bien vérifiées par l'expérience (fig. 2):

- Temps mort non-cumulatif

$$\begin{aligned} &- \text{pour } 0 < \tau < 1/2\,\nu_1 : && \nu_3 = \nu_1 + \nu_2 - 2\tau\nu_1\nu_2 \\ &- \text{"}\ 1/2\,\nu_1 < \tau < 1/\nu_1 : && \nu_3 = \nu_1 \end{aligned} \qquad (1)$$

- Temps mort cumulatif

$$\begin{aligned} &- \text{pour } 0 < \tau < 1/\nu_1 : && \nu_3 = \nu_1 + \nu_2 - 2\tau\nu_1\nu_2 \\ &- \text{"}\quad \tau > 1/\nu_1 : && \nu_3 = 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

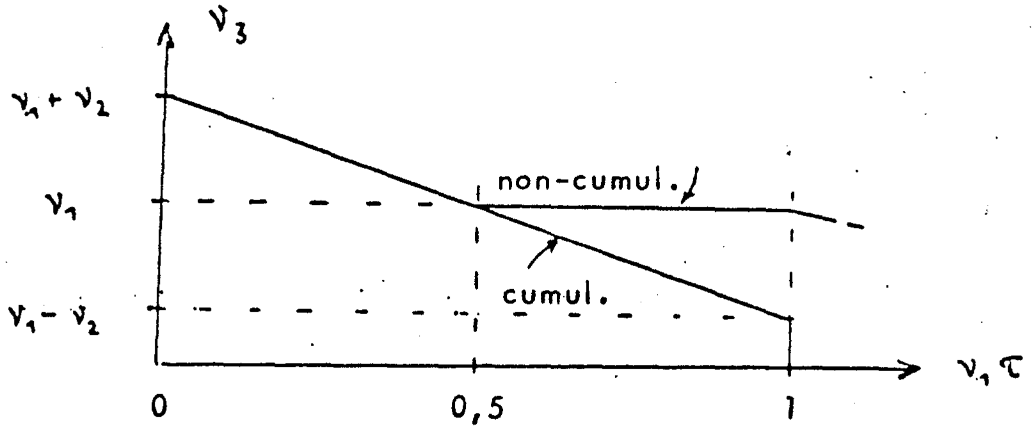

Fig. 2. Fréquence mesurée (ν_3) en fonction du temps mort τ (ou de ν_1)

Il s'ensuit que pour $\nu_1 < 1/2\,\tau$ cette nouvelle méthode permet une détermination de τ qui ne dépend pas du type du temps mort. Si N_1 , N_2 et N_3 désignent le nombre d'impulsions enregistrées simultanément pendant un temps de mesure t, le temps mort s'obtient par la simple relation exacte

$$\tau = \frac{1}{2}\,\frac{N_1 + N_2 - N_3}{N_1 N_2}\,, \qquad (\tau < 1/2\,\nu_1). \qquad (3)$$

La répartition des intervalles dans le processus superposé après passage à travers le dispositif de temps mort est assez compliquée et sera traitée prochainement. Si l'on augmente la fréquence ν_1 jusqu'à ce qu'on se trouve dans le domaine $1/2\,\tau < \nu_1 < 1/\tau$, ce même dispositif nous permet de déterminer le type du temps mort utilisé. Cet avantage remarquable est peut-être unique parmi les méthodes de mesure connues.

Pour caractériser le type nous formons le rapport

$$p = \frac{\nu_1 - \nu_3}{\nu_2\,(2\tau\nu_1 - 1)}\,, \qquad (4)$$

où τ a été déterminé auparavant avec (3) dans le domaine inférieur de ν_1. La valeur p est égale à 0 pour un temps mort non-cumulatif, mais 1 dans le cas cumulatif. Par conséquent, pour des cas intermédiaires, cette quantité peut être interprétée approximativement comme probabilité pour qu'une impulsion arrivant pendant un temps mort le prolonge.

Il semble donc que la méthode des deux oscillateurs nous permette enfin une détermination directe et quantitative de ce paramètre qui joue un rôle important dans la théorie de Takács /1/ où un modèle général pour un compteur à particules est établi /2/.

Pour une source dont le taux d'émission vrai est ρ (processus de Poisson), le taux expérimental μ pour un temps mort caractérisé par τ et p est donné /1/ par

$$\mu = \frac{p\,\rho}{e^{p\rho\tau} + p - 1} \,. \tag{5}$$

Par des inversions de séries on peut déduire de (5) que le taux vrai ρ s'obtient à partir de la valeur mesurée μ à l'aide de ($x \equiv \mu\tau$)

$$\rho = \mu \left[1 + x + \left(1 + \frac{p^2}{2}\right) x^2 + \left(1 + \frac{3p}{2} + \frac{p^2}{6}\right) x^3 + \dots \right] . \tag{6}$$

Cependant, ce développement ne converge convenablement que pour $\mu\tau \ll 1$. A partir de (5) ou (6) on retrouve les cas particuliers

- pour $\underline{p = 0}$: (non-cumulatif) $\quad \mu = \dfrac{\rho}{1 + \rho\tau}$, $\quad \rho = \dfrac{\mu}{1 - \mu\tau}$,

- pour $\underline{p = 1}$: (cumulatif) $\quad \mu = \rho\, e^{-\rho\tau}$

$$\rho = \mu \left[1 + \mu\tau + \frac{3}{2} (\mu\tau)^2 + \frac{8}{3} (\mu\tau)^3 + \dots \right] . \tag{7}$$

Le résultat (7) confirme le développement numérique en série donné déjà par Kirby /3/.

/1/ L. Takács: "Stochastic Processes" (Methuen, London, 1960), pp. 59 et 116

/2/ A.T. Bharucha-Reid: "Elements of the Theory of Markov Processes and their Applications" (McGraw-Hill, New York, 1960), p. 307 et suivantes

/3/ H.W. Kirby: "Determination of Coincidence Corrections in a Proportional Counter: I. Double Source Methods" (U.S. Atomic Energy Comm., Report MLM-1197, 1964).

Janvier 1969