Rapport BIPM-81/9

Statistiques de comptage

par Jörg W. Müller

Bureau International des Poids et Mesures, F-92310 Sèvres

En ce qui concerne les déterminations d'activité, la contribution essentielle consiste cette fois-ci dans la présentation d'une nouvelle méthode de mesure, à laquelle le nom d'échantillonnage sélectif a été attribué en raison de son fonctionnement pratique. Le premier sujet choisi est une description succincte de son principe ; le deuxième, qui traite de l'effet d'un temps mort pour un changement brusque du taux de comptage, lui est lié par l'emploi du même dispositif expérimental.

La méthode d'échantillonnage sélectif

Les différents détecteurs permettant d'enregistrer individuellement les particules émises lors d'une désintégration nucléaire ont en commun de n'en compter qu'une certaine fraction. Pour déterminer l'activité N_o d'une source radioactive, il faut donc connaître l'efficacité ε d'un tel instrument afin de pouvoir déduire du taux mesuré N la totalité des émissions d'un certain type, car $N_o = N/\varepsilon$. Pour un détecteur donné, l'évaluation du paramètre ε par le calcul se révèle en général trop incertaine, sinon impossible, pour être d'une utilité pratique.

Dans le cas fréquent d'émission "simultanée" de deux rayonnements différents, comme par exemple d'une particule bêta suivie d'une transition gamma, une solution élégante du problème est connue depuis longtemps. Elle consiste à mesurer, en parallèle avec les taux individuels, la fréquence des émissions qui sont "en coïncidence" dans le temps sur les deux voies. Puisqu'on peut considérer comme indépendantes les probabilités d'enregistrement pour les différents types de rayonnement, le taux des impulsions coïncidentes est donné par le produit $N_c = N_o\, \varepsilon_\beta\, \varepsilon_\gamma$. Il s'ensuit que, dans la combinaison $N_\beta\, N_\gamma / N_c$, les efficacités ε_β et ε_γ s'éliminent et la valeur numérique de cette quantité est égale à l'activité N_o recherchée. C'est ainsi que la nécessité de connaître les efficacités peut être éludée. Cette solution ingénieuse est la base pour mesurer de façon "absolue" une activité nucléaire par la méthode de coïncidence, utilisée couramment dans tous les laboratoires de métrologie des rayonnements ionisants.

En pratique, son application à des buts métrologiques se heurte à un certain nombre de problèmes dont quelques-uns sont très difficiles à résoudre. C'est en particulier pour des taux de comptage élevés que l'évaluation des corrections nécessaires (dues aux temps morts dans les deux voies et au temps de résolution), surtout pour les coïncidences, devient si compliquée qu'il faut se contenter, pour le calcul, d'un modèle dont on sait qu'il ne tient pas compte de toutes les influences expérimentales.

Puisque l'application d'une méthode indépendante est souvent le seul moyen efficace pour dépister d'éventuelles influences insoupçonnées, une approche expérimentale du problème, reposant sur d'autres bases, serait certainement la bienvenue ; d'où l'intérêt de la nouvelle méthode d'échantillonnage sélectif que nous allons décrire maintenant et qui évite la mesure de coïncidences.

Alors que les émissions originelles bêta et gamma sont toutes corrélées, c'est-à-dire que pour chaque bêta existe un "partenaire" gamma (et vice versa) qui provient de la même désintégration, ceci n'est plus le cas pour les impulsions observables. Il importe de se rendre compte que le problème des efficacités, en ce qui concerne les comptages, est équivalent à la connaissance de l'appartenance des impulsions à des paires, et puisqu'une impulsion est avec ou sans partenaire, il suffit par exemple de connaître le pourcentage de celles qui sont seules. Par conséquent, si l'on peut déterminer la fréquence des impulsions d'une voie pendant un intervalle de temps où l'on sait que l'autre voie est dépourvue d'événements, il s'agit nécessairement d'impulsions sans partenaire. Mais comment peut-on savoir si tel est vraiment le cas ? La réalisation de cette idée simple tire parti du fonctionnement d'un temps mort T du type cumulatif, pour lequel il est bien connu que l'arrivée de toute impulsion, enregistrée ou non, impose un nouveau temps mort ou allonge celui qui est déjà présent. Il en découle que toute impulsion observée est obligatoirement précédée d'un intervalle de temps de durée T pour lequel on peut garantir l'absence d'autres détections dans cette voie. Par conséquent, les impulsions enregistrées pendant ce même temps T sur l'autre voie sont sans partenaire.

La mise en pratique ne pose guère de problèmes et une réalisation possible est esquissée dans la figure 1, avec déclenchement du cycle par une impulsion bêta. Les temps d'arrivée des impulsions gamma, convenablement retardées, sont enregistrés par un analyseur multicanal utilisé en mode multiéchelle. Cette opération est répétée un grand nombre de fois et l'accumulation des impulsions gamma peut être suivie sur l'oscilloscope. Leur répartition (voir fig. 2) montre deux zones : la première (appelée G) se situe avant le temps mort cumulatif T et l'on y enregistre toutes les impulsions ; la deuxième (g), qui précède l'arrivée d'une impulsion bêta, ne contient que les gammas sans partenaires.

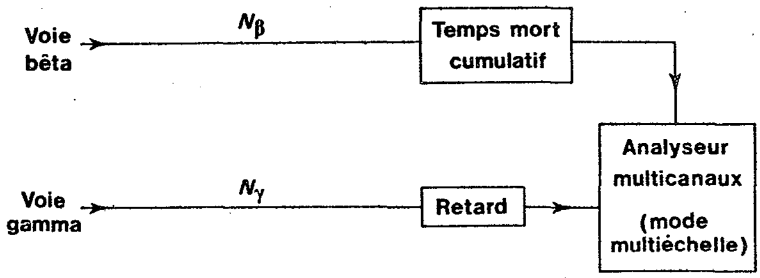

Fig. 1 .- Schéma simplifié de l'arrangement expérimental utilisé pour la méthode d'échantillonnage sélectif.

Comme mentionné dans le texte, l'enregistrement des intervalles de temps se fait par l'intermédiaire d'un appareil spécial qui permet d'augmenter la résolution temporelle. Les circuits de temps morts des voies bêta et gamma sont omis par souci de simplification.

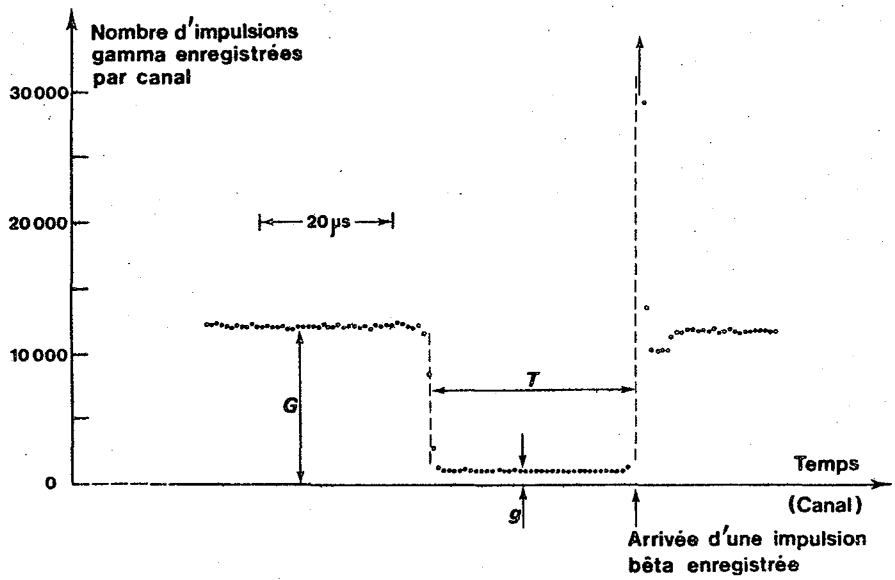

Fig. 2 .- Répartition expérimentale des impulsions gamma qui précèdent une impulsion bêta enregistrée, pour une source de ^{60}Co d'environ 60 kBq.

La résolution est de 0,75 µs par canal et l'enregistrement a duré 30 min.

Si, pour simplifier la description, on admet l'absence d'un mouvement propre et d'un temps mort dans la voie gamma, les hauteurs moyennes des deux zones sont données par

$$G = \kappa N_\gamma = \kappa N_o \varepsilon_\gamma \qquad \text{et}$$

$$g = \kappa N_\gamma = \kappa N_o \varepsilon_\gamma(1 - \varepsilon_\beta) ,$$

où κ est une constante. En posant $R_\gamma = g/G$, on a donc

$$1 - R_\gamma = N_c/N_\gamma = \varepsilon_\beta .$$

Il s'ensuit que l'activité de la source mesurée est obtenue par la formule simple

$$N_o = \frac{N_\beta}{\varepsilon_\beta} = \frac{N_\beta}{1 - R_\gamma} .$$

Il est aussi possible de renverser le rôle des voies bêta et gamma. Si le cycle est déclenché par une impulsion gamma, on obtient par des raisonnements tout à fait analogues l'expression

$$N_o = \frac{N_\gamma}{\varepsilon_\gamma} = \frac{N_\gamma}{1 - R_\beta} ,$$

où $R_\beta = b/B$ est maintenant le rapport des densités bêta pour les deux zones correspondantes. L'utilisation des deux modes d'emploi pour une même source permet un contrôle interne de la nouvelle approche.

En réalité, les densités observées doivent être corrigées pour des pertes dues au temps mort gamma (ou bêta), mais ceci ne pose pas de problème particulier puisqu'il s'agit toujours d'une seule voie. De plus, le stockage dans l'analyseur multicanaux doit être précédé d'un dispositif spécial qui permet un enregistrement rapide en temps réel, suivi d'un transfert lent adapté aux analyseurs commerciaux dont le temps d'occupation par canal n'est guère inférieur à 10 µs. Cette conversion est effectuée par un appareil électronique, construit par P. Bréonce, qui a été décrit antérieurement (Rapport BIPM-76/14).

Si l'on compare la nouvelle méthode au procédé classique par coïncidences, on remarquera plusieurs avantages. Ainsi, l'absence du circuit à coïncidences évite automatiquement tous les problèmes liés à son temps de résolution, mais aussi les perturbations produites par un retard résiduel entre les deux voies (effet Gandy) et par les fluctuations temporelles. De plus, puisque le critère de sélection employé ne se fonde plus sur la simultanéité d'impulsions, mais sur un principe causal, c'est-à-dire l'absence d'un partenaire, la méthode d'échantillonnage sélectif s'applique également aux désintégrations qui passent par un état mésomère dont la vie moyenne peut être de l'ordre du temps mort T, pour lequel une valeur de 20 à 30 µs est utilisée habituellement.

La nouvelle approche a déjà fait ses preuves dans la mesure de l'activité de plusieurs nucléides et elle s'est avérée particulièrement avantageuse pour des taux de comptage élevés, donc juste dans le domaine où la méthode traditionnelle à coïncidences devient d'un maniement délicat.

A l'heure actuelle, les mesures durent assez longtemps, mais l'étude d'un procédé permettant d'accélérer l'accumulation des enregistrements sur l'analyseur multicanal est en cours. Une description succincte de la nouvelle méthode de mesure est en voie de publication.

Pour l'influence de la sensibilité du compteur proportionnel au rayonnement gamma, on consultera la récente note BIPM WPN-218.

Correction de temps mort pour un taux de comptage variable

Les formules classiques qui permettent de tenir compte de l'effet d'un temps mort τ pour ramener un taux de comptage observé R à sa valeur originelle ρ, ou vice versa, sont d'une application si courante que l'on se fait peu de souci sur les limites de validité. Pourtant, leur dérivation demande, pour l'essentiel, que deux conditions soient remplies, c'est-à-dire que le processus d'origine suive une loi de Poisson et que son taux moyen reste constant dans le temps. Dans la grande majorité des applications usuelles, ces suppositions sont bien réalistes. En particulier, pour les désintégrations nucléaires, même si elles sont de nature complexe, les émissions suivent presque invariablement de très près un processus de Poisson, comme de multiples contrôles l'ont bien démontré. L'hypothèse d'un taux de comptage constant, quoique violée pour un temps d'observation comparable à la période du nucléide, est en général peu critique si la durée d'une mesure individuelle est obtenue par subdivision régulière et suffisamment fine du temps total que dure l'expérience.

Néanmoins, il existe des exceptions à cette règle, et la méthode d'échantillonnage sélectif, dont on vient de décrire le principe, nous en donne un bel exemple : le passage entre les zones G et g (voir fig. 16) implique un changement brusque et pratiquement instantané du taux de comptage originel ρ. Une interprétation fiable de la forme de la densité mesurée des impulsions gamma s'impose si l'on veut en déduire l'efficacité du compteur bêta. On a donc besoin d'une description rigoureuse de l'influence du temps mort τ_γ de la voie gamma pour un taux de comptage variable. Le problème est analogue si le cycle débute par une impulsion gamma, mais concerne alors la déformation qui résulte du temps mort τ_β.

Une étude, dont on trouvera les détails dans le Rapport BIPM-81/3, révèle que les formules habituelles doivent être généralisées de la manière suivante

- pour un temps mort τ du type non cumulatif :

$$\rho(t) = \frac{R(t)}{1 - \Theta(t)} , \qquad \text{avec} \quad \Theta(t) = \int_{t-\tau}^{t} R(x)\, dx ,$$

- pour un temps mort τ cumulatif :

$$R(t) = \rho(t) \exp[- \theta(t)] , \qquad \text{avec } \theta(t) = \int_{t-\tau}^{t} \rho(x)\, dx.$$

Pour le cas d'un taux constant, on retrouve bien les anciennes expressions

$$\rho = \frac{R}{1 - R\tau} \quad \text{et} \quad R = \rho \exp(- \rho t).$$

On remarquera, cependant, qu'une forme telle que

$$R(t) \approx \frac{\rho(t)}{1 + \rho(t)\,\tau} ,$$

souvent utilisée pour un temps mort non cumulatif, ne trouve plus de justification et qu'elle doit être remplacée par

$$R(t) = \rho(t)\,[1 - \Theta(t)] .$$

Il en est de même dans le cas d'un temps mort cumulatif où la formule inverse exacte pour un taux constant, connue depuis peu (BIPM WPN-217), n'a pour généralisation que l'expression

$$\rho(t) = R(t)\,\exp[\theta(t)] .$$

Puisque Θ dépend de $R(t)$ et θ de $\rho(t)$, les deux dernières formules indiquées ne nous permettent plus d'exprimer le taux observé uniquement en termes du taux originel (pour τ non cumulatif), ou inversement pour τ cumulatif, comme c'est le cas si ρ (et donc aussi R) reste constant. Or, ce fait est évidemment lié au mécanisme physique des temps morts : pour le type non cumulatif, les pertes de comptage proviennent des impulsions enregistrées, ce qui s'exprime maintenant par $\Theta(t)$, tandis que pour le type cumulatif l'effet est dû au taux originel, dont l'on tient compte par la fonction $\theta(t)$.

L'application pratique des corrections qui sont nécessaires pour passer de $R(t)$ à $\rho(t)$ si la répartition empirique se présente sous forme d'un enregistrement sur un analyseur multicanal, comme c'est le cas pour l'échantillonnage sélectif, peut être effectuée par un programme d'ordinateur. Il est écrit en Fortran IV et disponible sur demande.

Pour illustrer le bon fonctionnement de ces corrections, nous montrons dans la figure 3 l'enregistrement d'une distribution mesurée pour les particules bêta ainsi que la densité originelle qui en découle par le calcul. Pour contrôle, on a également déterminé, en partant de la densité ρ, supposée constante dans les deux zones, la répartition expérimentale attendue. L'accord avec les mesures réelles est excellent et semble confirmer le bien-fondé de cette nouvelle approche permettant de déterminer l'effet d'un temps mort dans le cas d'une variation quelconque du taux de comptage.

Autres travaux

L'étude consacrée antérieurement aux modifications apportées par la décroissance d'une source radioactive à la loi de Poisson, qui suppose un taux invariable, nous a amenés à une lecture attentive d'une publication déjà historique (1), mais toujours intéressante, qui traite de sujets semblables. Quelques simplifications peuvent être apportées à l'ancienne approche; elles sont incluses dans la note BIPM WPN-216.

---

(1) RUARK (A.) and DEVOL (L.), The general theory of fluctuations in radioactive disintegration. Phys. Rev. 49, 1936, pp. 355-367.

La méthode de mesure d'un temps mort par superposition des impulsions provenant de deux oscillateurs indépendants, dont l'application s'est bien implantée dans les laboratoires, est maintenant plus aisée et rapide grâce à un dispositif électronique qui rend la mesure automatique. La description détaillée de cet appareil par P. Bréonce est le sujet du Rapport BIPM-81/1.

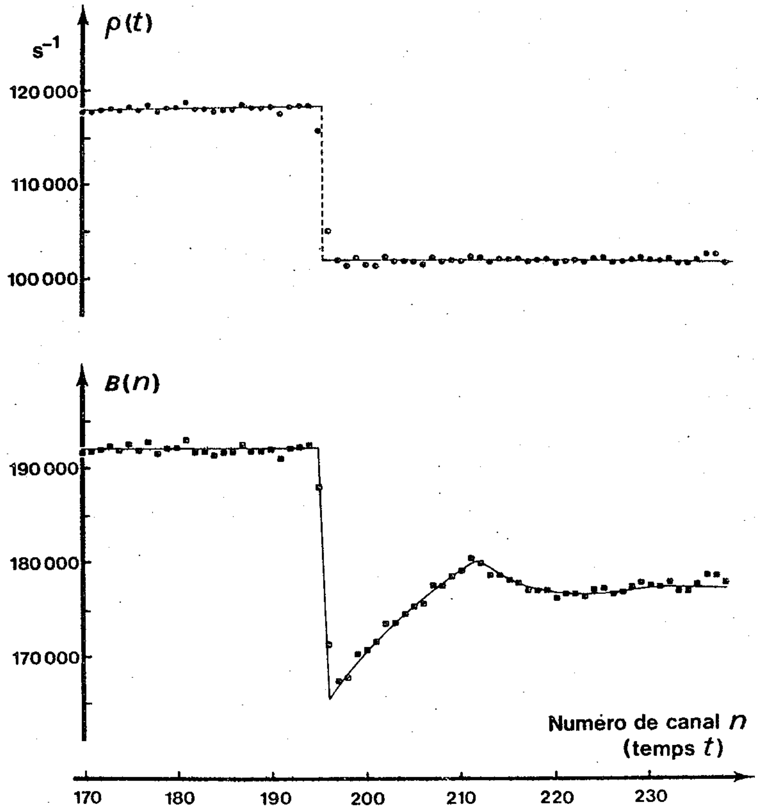

Fig. 3.- Effet d'un temps mort non cumulatif sur la répartition R(t) des impulsions bêta mesurées ; cette grandeur est proportionnelle au nombre d'impulsions par canal B(n).

La densité originelle ρ(t) des impulsions résulte du calcul décrit ici et confirme que le taux de comptage change brusquement d'une zone à l'autre. C'est ce rapport qui sert dans l'échantillonnage sélectif à évaluer l'efficacité du compteur gamma.

La réunion du Groupe de travail pour l'expression des incertitudes, qui a eu lieu à Sèvres du 21 au 23 octobre 1980, a demandé un important travail de préparation ; de plus, le rapport qui inclut les discussions et les recommandations a subi une certaine mise en forme par le BIPM.

(Octobre 1981)

Statistiques de comptage

par Jörg W. Müller

Bureau International des Poids et Mesures, F-92310 Sèvres

En ce qui concerne les déterminations d'activité, la contribution essentielle consiste cette fois-ci dans la présentation d'une nouvelle méthode de mesure, à laquelle le nom d'échantillonnage sélectif a été attribué en raison de son fonctionnement pratique. Le premier sujet choisi est une description succincte de son principe ; le deuxième, qui traite de l'effet d'un temps mort pour un changement brusque du taux de comptage, lui est lié par l'emploi du même dispositif expérimental.

La méthode d'échantillonnage sélectif

Les différents détecteurs permettant d'enregistrer individuellement les particules émises lors d'une désintégration nucléaire ont en commun de n'en compter qu'une certaine fraction. Pour déterminer l'activité N_o d'une source radioactive, il faut donc connaître l'efficacité ε d'un tel instrument afin de pouvoir déduire du taux mesuré N la totalité des émissions d'un certain type, car $N_o = N/\varepsilon$. Pour un détecteur donné, l'évaluation du paramètre ε par le calcul se révèle en général trop incertaine, sinon impossible, pour être d'une utilité pratique.

Dans le cas fréquent d'émission "simultanée" de deux rayonnements différents, comme par exemple d'une particule bêta suivie d'une transition gamma, une solution élégante du problème est connue depuis longtemps. Elle consiste à mesurer, en parallèle avec les taux individuels, la fréquence des émissions qui sont "en coïncidence" dans le temps sur les deux voies. Puisqu'on peut considérer comme indépendantes les probabilités d'enregistrement pour les différents types de rayonnement, le taux des impulsions coïncidentes est donné par le produit $N_c = N_o\, \varepsilon_\beta\, \varepsilon_\gamma$. Il s'ensuit que, dans la combinaison $N_\beta\, N_\gamma / N_c$, les efficacités ε_β et ε_γ s'éliminent et la valeur numérique de cette quantité est égale à l'activité N_o recherchée. C'est ainsi que la nécessité de connaître les efficacités peut être éludée. Cette solution ingénieuse est la base pour mesurer de façon "absolue" une activité nucléaire par la méthode de coïncidence, utilisée couramment dans tous les laboratoires de métrologie des rayonnements ionisants.