Remarques sur une méthode proposée par Baerg pour la mesure de temps morts

(J.W. Müller)

La méthode classique de Moon (1937) pour la détermination d'un temps mort consiste à mesurer les taux de comptage apparents pour deux sources radioactives [1], d'abord séparément, puis ensemble. Récemment, Baerg [2] a proposé une variation intéressante de ce procédé où l'une des sources est remplacée par un oscillateur. Cela permettrait non seulement d'atteindre une certaine précision dans environ un tiers du temps normal de mesure, mais encore le résultat ne serait plus influencé non plus par le type du temps mort (cumulatif ou non-cumulatif). Cette affirmation se base sur l'hypothèse que dans ces conditions les intervalles de temps entre les impulsions superposées seraient uniquement déterminés par les impulsions aléatoires de la source.

Il arrive cependant, comme nous allons le montrer dans cette note, que ce n'est pas le cas, et par conséquent les simples formules indiquées par Baerg [2] pour déterminer le temps mort doivent être modifiées.

Par une méthode décrite antérieurement dans un de ces rapports [3], on trouve pour la répartition des intervalles après la superposition de deux séries

$$F(t) = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \cdot \left[f_1(t) \cdot h_2(t) + 2\, g_1(t) \cdot g_2(t) + f_2(t) \cdot h_1(t) \right],$$

où

μ_i = taux d'impulsions (pour la série i),

$f_i(t)$ = densité des intervalles,

$$g_i(t) = \int_t^\infty f_i(x)\, dx, \qquad h_i(t) = \int_t^\infty g_i(x)\, dx.$$

Dans notre cas, on peut admettre que les impulsions de la source forment un processus de Poisson avec taux ρ. Il s'ensuit que pour $t > 0$

$$f_1(t) = \rho\, e^{-\rho t}, \quad g_1(t) = e^{-\rho t} \quad \text{et} \quad h_1(t) = \frac{1}{\rho}\, e^{-\rho t}.$$

Par contre, la fréquence fixe ν de l'oscillateur donne

$$f_2(t) = \delta\,(t - 1/\nu)$$

et $\quad g_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 < t < 1/\nu \\ 0 & \text{"} \quad t > 1/\nu \, , \end{cases}$

$$h_2(t) = \begin{cases} T-t & \text{pour } 0 < t < 1/\nu \\ 0 & \text{"} \quad t > 1/\nu \, . \end{cases}$$

Il en résulte pour la répartition des intervalles après la superposition

$$F(t) = \frac{\rho\,\nu}{\rho+\nu}\left[U(t)\cdot U(\tfrac{1}{\nu}-t)\cdot e^{-\rho t}\cdot(2+\tfrac{\rho}{\nu}-\rho t) + \frac{e^{-\rho/\nu}}{\rho}\delta(t-\tfrac{1}{\nu})\right] ,$$

où $\quad U(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ 1 & \text{"} \quad x > 0 \, . \end{cases}$

On voit immédiatement que pour $\nu \longrightarrow 0$ et $\rho \longrightarrow 0$ on retrouve $f_1(t)$ et $f_2(t)$, respectivement, et on peut vérifier que la normalisation et la valeur moyenne sont en ordre, c'est-à-dire que

$$\int_0^\infty F(t)\,dt = 1 \qquad \text{et} \qquad \int_0^\infty t\,F(t)\,dt = \frac{1}{\rho+\nu} \; .$$

Une comparaison de $F(t)$ avec la densité $f_1(t)$ des intervalles pour les impulsions provenant de la source seule montre qu'en général la répartition est bien changée par les impulsions de l'oscillateur. En particulier, elle n'est plus exponentielle et ne s'étend que de $t = 0$ à $t = 1/\nu$, où elle se termine par une fonction delta. Le rapport des ordonnées pour $t = 0$, par exemple, est

$$F(0) \,/\, f_1(0) = 1 + \frac{\nu}{\rho+\nu}$$

et peut donc aller jusqu'à 2 pour $\nu \gg \rho$.

La détermination des pertes de comptage par un temps mort n'est facile que pour le cas où celui-ci est du type <u>cumulatif</u>. Car dans ce cas, chaque intervalle inférieur à τ dans la séquence superposée donne lieu à une perte. Il s'ensuit que pour $\tau < 1/\nu$, les pertes de comptage sont déterminées par la probabilité

$$P(\tau) = \int_0^\tau F(t)\,dt = 1 - e^{-\rho\tau}\cdot(1 - \frac{\rho\cdot\nu}{\rho+\nu}\,\tau).$$

Pour un temps mort cumulatif τ , la probabilité de perdre des impulsions est donc augmentée par la superposition d'une fréquence fixe ν dans ce dispositif par

$$\tau \cdot \frac{\rho \cdot \nu}{\rho + \nu} \, e^{-\rho\tau} ,$$

ce qui nous permet de déterminer τ .

Pour un temps mort non-cumulatif, la situation est malheureusement plus compliquée, car toutes les impulsions dans la séquence superposée avec une distance inférieure à τ par rapport à celles qui les précèdent ne sont pas éliminées, le temps mort n'étant effectif que pour les impulsions enregistrées. Pour cette raison, le nouveau taux de comptage n'est donné que par la répartition des intervalles après passage du temps mort. Quoiqu'en principe cette nouvelle distribution puisse être déterminée [4] , ce n'est pas très simple ici, parce que les impulsions superposées ne forment plus un processus régénératif. Cela signifie que les répartitions pour les intervalles multiples, dont on a besoin pour ce calcul ne s'obtiennent plus par simple auto-convolution de F(t). On essaiera tout de même de dériver une formule exacte.

Il nous semble, cependant, que le calcul, ainsi que la détermination expérimentale, peuvent être beaucoup simplifiés par un dispositif dans lequel les deux sources radioactives sont remplacées par des oscillateurs. Cette nouvelle méthode sera prochainement décrite plus en détail; l'appareil électronique qui nous servira pour les premiers essais est en construction.

Références

[1] R.D. Evans: "The Atomic Nucleus", (McGraw-Hill , New York, 1955), p. 787. L'édition française de ce beau livre (Dunod, Paris, 1961) ne peut pas être consultée parce que, sans le mentionner clairement, on n'a pas jugé nécessaire de traduire les chapitres 18 à 28, ni l'appendice de l'original! Il nous paraît peu probable, d'ailleurs, que l'auteur, s'il avait été consulté, aurait accepté cette mutilation arbitraire de son oeuvre.

[2] A.P. Baerg: "Variation on the Paired Source Method of Measuring Dead Time", Metrologia 1, 131 (1965).

[3] J.W. Müller: "Superposition de séries d'impulsions", dans "Travaux de la Section des Radiations Ionisantes", Janvier 1967.

[4] J.W. Müller: "On the interval-distribution for recurrent events with a non-extended dead time", Report BIPM-105 (1967).

Novembre 1968