Sur la perte de coïncidences vraies par un temps mort cumulatif

par Jörg W. Müller

Bureau International des Poids et Mesures, F-92310 Sèvres

Parmi les différents problèmes que nous pose la mesure absolue d'une radioactivité par la méthode $4\pi\beta$-γ, ceux qui sont liés directement aux coïncidences vraies passent depuis longtemps et à juste titre pour les plus redoutables. On s'accorde en général à reconnaître qu'aucun d'entre eux n'a trouvé jusqu'à présent de solution rigoureuse, tout en admettant que quelques-unes des approximations proposées sont sans doute suffisamment exactes pour la plupart des applications. Néanmoins, ces questions continuent à être un défi pour le métrologue, au moins sur le plan théorique.

L'un de ces problèmes concerne la détermination des pertes dues aux temps morts dans les deux voies et que subissent les coïncidences vraies. Si leurs taux de comptage (voir figure 1) avant et après les temps morts sont désignés respectivement par C_1 et C_2, le problème posé consiste à déterminer leur transmission T_c définie par

$$T_c = C_2/C_1 . \qquad (1)$$

Les différentes relations qui ont été proposées pour T_c supposent presque sans exception que les temps morts τ_β et τ_γ sont du type non cumulatif, préférence qui se reflète fidèlement dans les dispositifs expérimentaux. Or nous nous proposons de mettre en évidence dans ce qui suit que ce problème perd toute sa complexité si l'on fait l'hypothèse opposée, c'est-à-dire si l'on a affaire à des temps morts cumulatifs.

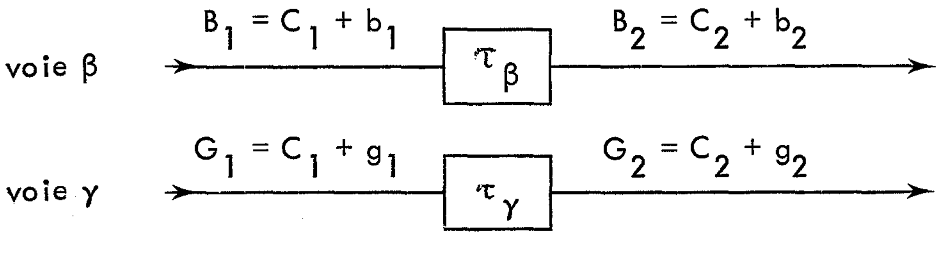

Figure 1 - Notation utilisée pour les différents types d'impulsions et leurs taux de comptage. C_1 et C_2 sont les taux des coïncidences vraies.

Dans ce cas, il est bien connu que les temps morts, susceptibles d'effacer d'autres impulsions, sont toujours imposés par des événements de la série originale, donc par des impulsions du type B_1 et G_1. Une impulsion C_1, située à l'endroit t, n'est pas effacée si les trois conditions suivantes sont remplies simultanément:

- pas d'autre impulsion C_1 dans l'intervalle τ'',
- pas d'impulsion b_1 dans l'intervalle τ_β et
- pas d'impulsion g_1 dans l'intervalle τ_γ,

où

$$\tau'' \equiv \mathrm{Max}\,(\tau_\beta, \tau_\gamma) .$$

Ces intervalles sont supposés précéder immédiatement t, temps d'arrivée de C_1, mais puisque les trois processus correspondant à C_1, b_1 et g_1 sont du type de Poisson et indépendants les uns des autres, ils sont aussi stationnaires et leur emplacement est donc sans importance.

Par conséquent, la probabilité de "survie" T_c d'une coïncidence originale C_1 est donnée par le simple produit

$$T_c = e^{-C_1\tau''} \cdot e^{-b_1\tau_\beta} \cdot e^{-g_1\tau_\gamma} . \tag{2}$$

Une relation identique est

$$T_c = T_\beta \cdot T_\gamma \cdot e^{C_1\tau'} , \tag{3}$$

où l'on a posé comme d'habitude pour les facteurs de transmission

$$T_\beta = B_2/B_1 = e^{-B_1\tau_\beta} \qquad \text{et} \qquad T_\gamma = G_2/G_1 = e^{-G_1\tau_\gamma} ,$$

tandis que $\tau' \equiv \mathrm{Min}\,(\tau_\beta, \tau_\gamma)$.

Le facteur $e^{C_1\tau'}$ tient compte des impulsions C_1 qui sont communes aux deux voies.

Finalement, une troisième expression équivalente, bien que d'apparence légèrement différente, peut s'écrire

$$\begin{aligned} T_c &= T_\gamma \cdot T_{b_1} \cdot e^{-C_1\tilde{\tau}_\beta} \\ &= T_\beta \cdot T_{g_1} \cdot e^{-C_1\tilde{\tau}_\gamma} , \end{aligned} \tag{4}$$

où l'on a posé

$$T_{b_1} = e^{-b_1 \tau_\beta} , \qquad T_{g_1} = e^{-g_1 \tau_\gamma}$$

et

$$\tilde{\tau}_\beta = U(\tau_\beta - \tau_\gamma) \cdot (\tau_\beta - \tau_\gamma) ,$$

$$\tilde{\tau}_\gamma = U(\tau_\gamma - \tau_\beta) \cdot (\tau_\gamma - \tau_\beta) .$$

Dans le cas de temps morts égaux $\tau_\beta = \tau_\gamma = \tau$, on a

$$T_c = e^{-(B_1 + G_1 - C_1)\tau} \tag{2'}$$

et

$$T_c = T_\beta \cdot T_\gamma \cdot e^{C_1 \tau} . \tag{3'}$$

Puisque dans ces conditions $\tilde{\tau}_\beta = \tilde{\tau}_\gamma = 0$, on peut écrire également

$$T_c = T_\gamma \cdot T_{b_1} = T_\beta \cdot T_{g_1} . \tag{4'}$$

Les quantités T_{b_1} et T_{g_1} ont donc le caractère de probabilités conditionnelles. Le choix entre (2), (3) et (4) est affaire de préférence personnelle.

Examinons finalement les deux cas limites pour C_1:

- il n'y a plus de coïncidences vraies dans la série originale;
- toutes les impulsions d'une voie (par exemple G_1 dans γ) sont coïncidentes.

En utilisant les formules données auparavant, on trouve facilement dans ces situations

$$T_c \longrightarrow T_\beta \cdot T_\gamma , \qquad \text{pour } C_1 \longrightarrow 0 , \tag{5}$$

tandis que

$$T_c \longrightarrow T_\beta \cdot e^{-G_1 \tilde{\tau}_\gamma} , \qquad \text{pour } C_1 \longrightarrow G_1 \leqslant B_1 ,$$

$$\text{ou} \quad T_c \longrightarrow T_\gamma \cdot e^{-B_1 \tilde{\tau}_\beta} , \qquad \text{pour } C_1 \longrightarrow B_1 \leqslant G_1 . \tag{6}$$

Il découle de (6) que

$$T_c = T_\beta, \quad \text{pour} \quad g_1 = 0 \quad \text{et} \quad \tau_\beta \geqslant \tau_\gamma,$$
$$\text{ou} \quad T_c = T_\gamma, \quad \text{pour} \quad b_1 = 0 \quad \text{et} \quad \tau_\gamma \geqslant \tau_\beta. \tag{6a}$$

Ces relations limites correspondent bien à ce qu'on attend.

L'extrême simplicité de l'évaluation de T_c dans cette situation devrait nous inciter à en tirer parti dans les réalisations expérimentales, au moins à titre de contrôle. Par contre, il est évidemment regrettable que juste dans le domaine intéressant de taux de comptage très élevés l'utilisation de temps morts cumulatifs entraîne une forte diminution de la transmission, en particulier pour les coïncidences. Il en découle une augmentation de l'erreur aléatoire qui ne peut être compensée que partiellement par une extension du temps de mesure. D'autre part, la simplicité de la correction pour les coïncidences vraies permet d'éviter le problème des incertitudes systématiques dues aux approximations que l'on serait obligé d'accepter dans d'autres conditions (voir par exemple Rapport BIPM-76/16).

Nous concluons qu'en l'absence de théorie vraiment fiable pour la perte de coïncidences due aux temps morts non cumulatifs (dont l'élaboration reste hautement souhaitable), une approche expérimentale basée sur des temps morts cumulatifs ne serait peut-être pas complètement dépourvue d'intérêt.

(Février 1977)