

Rapport BIPM-86/4

SUR LES LASERS A CONFIGURATION OPTIMALE

par P. Giacomo

Dans plusieurs articles récents, MM. Le Floch, Lenormand et Le Naour (Rennes) (1) ont proposé une amélioration des caractéristiques métrologiques des lasers asservis à cuve d'absorption interne. Plusieurs résultats obtenus par R. Felder semblent confirmer leur approche, qui est la suivante.

Approche Le Floch, Lenormand, Le Naour

Il faut tenir compte de la variation de l'indice de réfraction qui accompagne la saturation de l'absorption.

Dans la cuve d'absorption traversée par le faisceau laser, la saturation est plus grande sur l'axe du faisceau que sur sa périphérie. Le milieu saturé acquiert donc une certaine vergence positive ou négative, suivant que la saturation fait croître ou décroître l'indice de réfraction. Quand on explore la raie d'absorption saturée en faisant varier la fréquence  $f$  du rayonnement laser autour de  $f_0$ , fréquence de résonance, la perturbation de l'indice de réfraction du milieu absorbant varie à peu près linéairement en fonction de  $f - f_0$  en s'annulant pour  $f = f_0$ . La vergence  $v$  due à la saturation varie donc de la même façon ; elle s'annule et change de signe lorsqu'on passe par  $f = f_0$ .

Cette vergence variable est faible. Elle peut cependant avoir des effets importants. En effet, le laser est un oscillateur. Comme dans tout oscillateur c'est l'accroissement non linéaire des pertes (ou la diminution du gain) en fonction de l'amplitude d'oscillation qui fixe cette dernière. Tout terme supplémentaire qui modifie les pertes de façon non linéaire en fonction de l'amplitude peut donc modifier celle-ci de façon notable.

La variation de vergence du milieu modifie les dimensions transversales du faisceau, donc les pertes par diffraction. Puisqu'elle est liée à la saturation, elle est essentiellement non linéaire en fonction de l'amplitude d'oscillation. On doit s'attendre à ce que la variation des pertes par diffraction influence la variation de la puissance rayonnée en fonction de la fréquence de façon dissymétrique autour de  $\underline{f} = \underline{f}_0$ . Elle entraîne donc une déformation dissymétrique de la raie d'absorption saturée, avec un décalage de son sommet.

On peut espérer réduire l'effet dissymétrique de ces pertes par diffraction en cherchant à les rendre stationnaires en fonction de la fréquence autour de  $\underline{f} = \underline{f}_0$ .

Le problème est : peut-on trouver une géométrie de la cavité résonante telle que le faisceau, gaussien en première approximation, ne change pas de diamètre à l'emplacement du diaphragme qui en limite l'ouverture malgré les changements de vergence de la cuve d'absorption ?

Les auteurs déjà cités assimilent la cuve à une lentille mince de faible vergence  $\underline{v}$ , positive ou négative. Ils la placent à mi-distance entre les deux miroirs de la cavité, choisis l'un plan, l'autre concave de rayon de courbure  $\underline{R}_2$ , séparés entre eux par la distance  $\underline{d}$ . Après avoir écrit sous forme matricielle la relation de conjugaison des faisceaux et la condition de fermeture après un aller et retour, ils trouvent que le diamètre caractéristique\*  $2\underline{w}_1$  du faisceau sur le miroir plan n'est jamais stationnaire par rapport à la vergence  $\underline{v}$ , mais que le diamètre caractéristique  $2\underline{w}_2$  sur le miroir sphérique peut être rendu stationnaire à condition de choisir  $\underline{d} = \underline{d}_c \approx 4 \underline{R}_2/5$ . En outre, les variations de  $\underline{w}_2$  en fonction de  $\underline{v}$  sont de même signe que celles de  $\underline{w}_1$ , ou de signe contraire, suivant que  $\underline{d}$  est inférieur ou supérieur à la "longueur critique"  $\underline{d}_c$ . En admettant que les pertes par diffraction sont localisées sur le miroir sphérique, on obtient des pertes par diffraction stationnaires vis à vis de la dispersion saturée dans la cuve à absorption en choisissant  $\underline{d} = \underline{d}_c$ .

---

\*  $2\underline{w}$  est le diamètre pour lequel l'amplitude est réduite dans le rapport  $e$  par rapport à l'amplitude sur l'axe du faisceau.

Approche simplifiée

Nous nous proposons de démontrer cette propriété à partir de considérations simples, susceptibles de rendre la solution du problème et ses conséquences plus évidentes. Pour plus de généralité, la cuve d'absorption sera placée à une abscisse a priori quelconque dans la cavité.

Il s'agit d'obtenir un faisceau gaussien dont le diamètre caractéristique  $2\underline{w}$  sur l'un des miroirs est stationnaire par rapport à la vergence de la cuve d'absorption, assimilée à une lentille mince. Nous aurons à considérer (voir figure) deux faisceaux gaussiens, G1 et G2, conjugués l'un de l'autre par la lentille mince L et satisfaisant aux conditions aux limites : pour G1 d'avoir une surface d'onde plane sur le miroir plan M1, pour G2 d'avoir une surface d'onde de rayon de courbure  $\underline{R}_2$  sur le miroir sphérique M2 (lorsque  $\underline{v} = 0$ , G1 et G2 forment un faisceau gaussien unique G entièrement déterminé par ces deux conditions aux limites).

a) Recherche de  $\underline{w}_2$  stationnaire

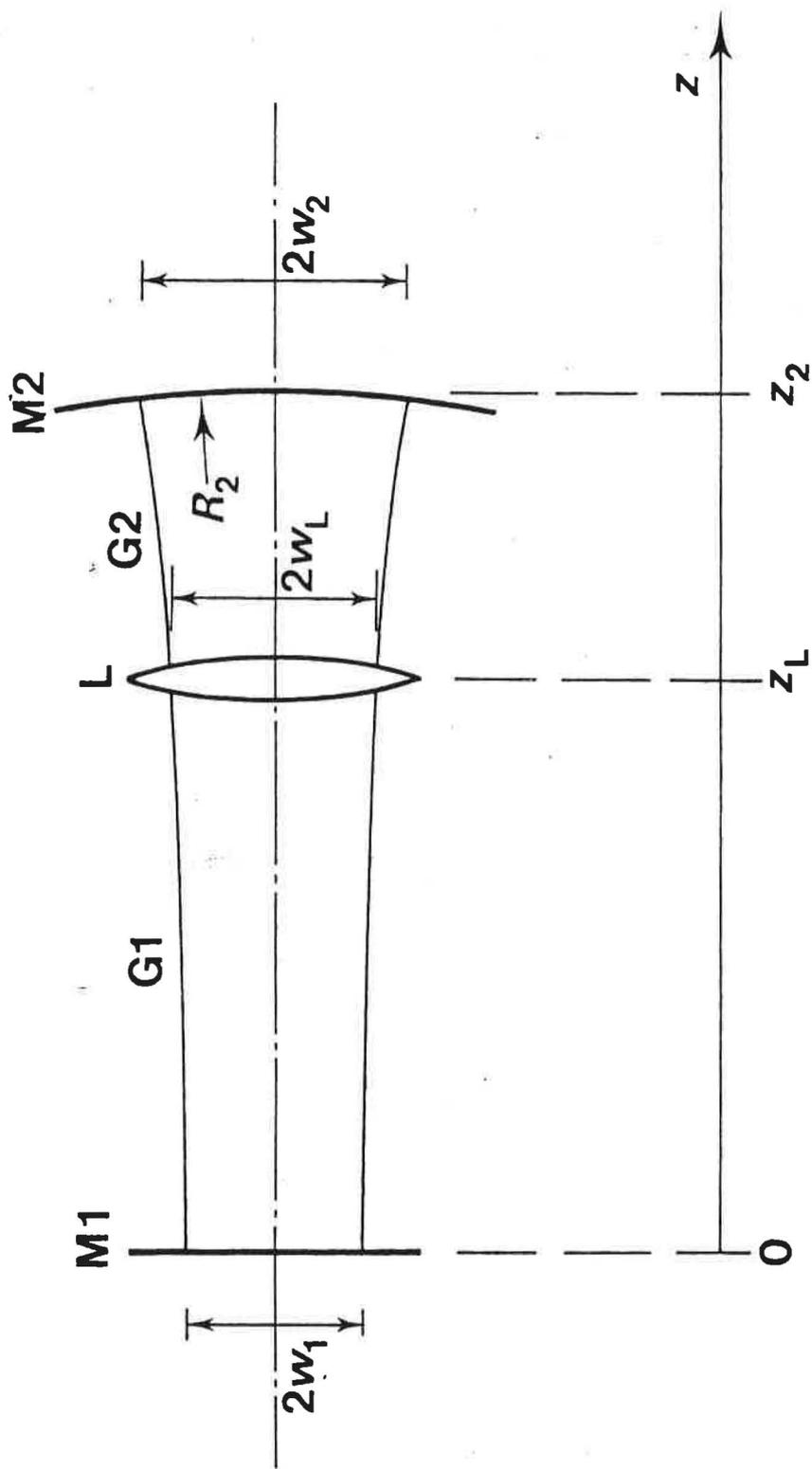
$\underline{R}_2$  étant fixe et  $\underline{w}_2$  stationnaire sur M2, le faisceau gaussien G2 tout entier est stationnaire. Il a en particulier un diamètre stationnaire  $2\underline{w}_L$  sur la lentille L.

Le faisceau gaussien G1 doit donc avoir un diamètre  $2\underline{w}$  stationnaire sur L (avec une courbure variable) et une courbure nulle sur M1 (avec un diamètre  $2\underline{w}_1$  variable). M1 doit être au col (waist) du faisceau G1. Le diamètre  $2\underline{w}_1(\underline{v})$  variable en fonction de  $\underline{v}$ , caractérise entièrement le faisceau G1. A la distance  $\underline{z}$  de M1, le diamètre  $2\underline{w}$  de G1 est donné par (2)

$$\underline{w}^2 = \underline{w}_1^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda \underline{z}}{\pi \underline{w}_1^2} \right)^2 \right],$$

ou, en posant  $\frac{\pi \underline{w}^2}{\lambda} = \underline{u}$  et  $\frac{\pi \underline{w}_1^2}{\lambda} = \underline{u}_1$ ,

$$\underline{u} = \underline{u}_1 \left[ 1 + \left( \frac{\underline{z}}{\underline{u}_1} \right)^2 \right] = \underline{u}_1 + \frac{\underline{z}^2}{\underline{u}_1}.$$



Pour que  $\underline{u}$  soit stationnaire par rapport à  $\underline{u}_1(\underline{v})$ , au voisinage de  $\underline{v} = 0$ , il faut choisir  $\underline{z}^2 = \underline{z}_c^2 = \underline{u}_1^2(0) = \left(\frac{\pi w_1^2(0)}{\lambda}\right)^2$ .

La distance "critique"  $\underline{z}_c = \frac{\pi w_1^2(0)}{\lambda}$  correspond à la demi-distance confocale sur G (2). La lentille L doit donc être à la distance du miroir plan correspondant à la demi-cavité confocale qui produirait le même faisceau gaussien G que la cavité M1, M2 (lorsque  $\underline{v} = 0$ ).

Notons que ce résultat est dans une large mesure indépendant du miroir sphérique, en particulier de sa position. Il faut seulement que celui-ci soit à une distance  $\underline{z}$  de M1 supérieure à  $\underline{z}_c$ . Il doit donc (2) avoir un rayon de courbure  $\underline{R}_2$  compris entre  $\underline{z}_2$  et  $2 \underline{z}_2$ . De même, il n'est pas nécessaire que les pertes par diffraction soient localisées sur M2 ; elles peuvent l'être sur un diaphragme localisé entre M2 et L, puisque le faisceau G2 est stationnaire entre L et M2.

Si l'on impose la condition supplémentaire que la lentille L soit à mi-distance entre M1 et M2, on trouve une relation supplémentaire : le rayon de courbure  $\underline{R}$  de la surface d'onde (2) à l'abscisse  $\underline{z}$  est

$$\underline{R} = \underline{z} \left[ 1 + \left( \frac{\underline{u}_1}{\underline{z}} \right)^2 \right], \text{ il doit être égal à } \underline{R}_2 \text{ à l'abscisse } \underline{z}_2 \text{ de M2,}$$

et pour  $\underline{z}_{2c} = 2 \underline{z}_c = 2 \underline{u}_1$ , cette relation devient

$$\underline{R}_2 = 2 \underline{z}_c \left[ 1 + \frac{1}{4} \right] = 2 \underline{z}_c \cdot \frac{5}{4} \text{ d'où } \underline{z}_c = \frac{2}{5} \underline{R}_2$$

$$\text{et } \underline{z}_{2c} = \frac{4}{5} \underline{R}_2.$$

On retrouve bien la "longueur critique" de la cavité  $\underline{d}_c = \frac{4}{5} \underline{R}_2$ .

Mais nous pouvons généraliser ce résultat. Si le miroir M2 a un rayon de courbure  $\underline{R}_2$ , et s'il est situé à une distance  $\underline{z}_2$  de M1 comprise entre  $\underline{R}_2$  et  $\underline{R}_2/2$ , on pourra trouver dans la cavité une abscisse  $\underline{z}_c$  de la lentille L, de vergence  $\underline{v}$ , telle que le diamètre du faisceau gaussien entre L et M2 soit stationnaire par rapport aux variations de  $\underline{v}$ , au

voisinage de  $\underline{v} = 0$ . Cette abscisse correspond à  $\underline{R}_2 = \underline{z}_2 \left[ 1 + \left( \frac{\underline{z}_c}{\underline{z}_2} \right)^2 \right]$   
ou  $\underline{z}_c = \sqrt{\underline{z}_2 (\underline{R}_2 - \underline{z}_2)}$

(pour  $\underline{z}_2 < \underline{R}_2/2$ , on trouve  $\underline{z}_c > \underline{z}_2$ , ce qui ne correspond plus à une position de L intérieure à la cavité).

#### b) Recherche de $\underline{w}_1$ stationnaire

Le faisceau gaussien G1 doit être stationnaire, de même que  $\underline{w}_L$ . On doit donc avoir pour G2 un faisceau s'appuyant sur une surface d'onde de position fixe, de courbure variable et de diamètre caractéristique  $2\underline{w}_L$  stationnaire, donnant sur M2, fixe, une surface d'onde de courbure invariable  $1/\underline{R}_2$ . D'après ce qui précède, le diamètre  $2\underline{w}_2$  ne peut pas être simultanément stationnaire, pas plus que le diamètre  $2\underline{w}_0$  ni la position du col du faisceau G2 (virtuel) à la distance  $-\underline{z}_2$  de M2.

Le problème est donc : dans un faisceau gaussien G2 qui s'appuie sur une surface d'onde de position fixe, de courbure  $1/\underline{R}_2$  donnée et de diamètre  $2\underline{w}_2$  variable, peut-on trouver une autre surface d'onde de diamètre  $2\underline{w}_L$  stationnaire par rapport à  $\underline{w}_2$  ou  $\underline{z}_2$  et de position fixe ?

Le calcul est simple mais fastidieux.

Partant de  $\underline{u}_L = \underline{u}_0 \left[ 1 + \left( \frac{\underline{z}_L}{\underline{u}_0} \right)^2 \right]$  et  $\underline{R}_2 = \underline{z}_2 \left[ 1 + \left( \frac{\underline{u}_0}{\underline{z}_2} \right)^2 \right]$   
dans lequel  $\underline{R}_2$  est constant,  $\underline{u}_0$ ,  $\underline{z}_L$  et  $\underline{z}_2$  sont variables,  
avec  $\underline{z}_2 - \underline{z}_L = \text{constante}$  donc  $d\underline{z}_2 = d\underline{z}_L$ , on montre que l'on ne peut pas annuler  $d\underline{u}_L/d\underline{z}_2$  par un choix judicieux de la position de L.

#### Conséquences

1) Le diamètre  $2\underline{w}_2$  du faisceau gaussien sur M2 est toujours supérieur à  $2\underline{w}_1$  sur M1, au col du faisceau. Sans précaution particulière, il y a toutes chances pour que les pertes par diffraction soient localisées au voisinage de M2. On doit donc rendre les pertes par diffraction stationnaires en fonction de la fréquence en plaçant la cuve d'absorption L à la distance demi-confocale.

Mais cette position présente un inconvénient : c'est celle où la courbure des surfaces d'onde est maximale. On aura un "effet de courbure" qui modifie de façon dissymétrique le profil de la raie d'absorption saturée. Il faudra trouver un compromis entre deux causes de dissymétrie.

2) On a affaire à une cuve d'absorption épaisse et non à une lentille mince. Cela ne devrait pas poser de problème majeur dans la mesure où  $\frac{du}{du_1}$  s'annule et change de signe au voisinage de  $z^2 = u_1^2(0)$ . On peut admettre que les effets des parties de la cuve correspondant à  $z < z_c$  compensent celles des parties correspondant à  $z > z_c$  lorsque la cuve se trouve "en moyenne" autour de  $z = z_c$ .

3) Le tube à décharge est, en général, de diamètre inférieur à celui de la cuve à absorption. Il se peut que ce soit lui qui diaphragme le faisceau. Dans ce cas, il faut analyser soigneusement la géométrie du faisceau avant d'attribuer un rôle prépondérant à un diaphragme particulier. De même, si l'on veut tenir compte de la dispersion saturée dans le milieu amplificateur, il faut considérer le tube à décharge lui-même comme équivalent à une lentille de vergence  $\underline{v}$ . Il est alors difficile de considérer cette lentille comme mince, le tube à décharge étant généralement long. Dans tous les cas, le schéma simplifié correspondant à une lentille mince devrait fournir un guide utile.

4) La relation  $z_c = \sqrt{z_2(R_2 - z_2)}$  correspond bien à la courbe donnée (sans l'équation correspondante) par les auteurs déjà cités (plus G. Ropars) (3). En transposant les notations ( $z_c \rightarrow d_1$ ,  $z_2 \rightarrow d$ ) la relation ci-dessus devient

$$d_1^2 = d(R_2 - d) \text{ ou } \left(\frac{d_1}{R_2}\right)^2 = \frac{d}{R_2} \left(1 - \frac{d}{R_2}\right), \text{ arc d'ellipse qui}$$

s'appuie sur  $\left(\frac{d_1}{R_2}\right)^2 = 0$  pour  $\frac{d}{R_2} = 0$  ou  $\frac{d}{R_2} = 1$ , qui présente un extremum

$$\frac{d_1}{R_2} = \frac{1}{2} \text{ pour } \frac{d}{R_2} = \frac{1}{2}, \text{ qui passe par le point } \frac{d_1}{R_2} = 0,8 \text{ pour } \frac{d}{R_2} = 0,4,$$

et qui est limité à  $d$  compris entre  $R_2$  et  $R_2/2$ .

5) Le raisonnement simplifié doit pouvoir s'étendre à une cavité dans laquelle M1 et M2 sont tous deux sphériques, avec quelques changements, par exemple lorsque les deux positions confocales sont contenues dans la cavité M1 M2.

21 avril 1986

---

(1) Par exemple J. Phys. Lett., 43, 1982, L493.

(2) Relations classiques que l'on trouve dans tous les exposés généraux sur les lasers.

(3) Opt. Lett., 9, n° 11, Nov. 1984, pp. 496-498.