Asymétrie des distributions de comptage

par J.W. Müller

Bureau International des Poids et Mesures, F-92310 Sèvres

Le récent intérêt général pour la mesure précise d'activités très élevées, c'est-à-dire dans le domaine de 10^5Bq et au-delà, est dû aux exigences expérimentales comme aux nouveaux développements théoriques permettant une meilleure évaluation des corrections à appliquer. Il a également eu une influence bénéfique sur l'étude d'autres perturbations qui, au moins en principe, sont connues depuis longtemps, mais dont les formules habituellement employées ne tiennent pas compte. Tandis que pour des taux de comptage en-dessous de 10^4 s^{-1} leur influence peut être négligée le plus souvent, ceci n'est pas le cas pour le domaine plus élevé, et il est devenu urgent de s'en occuper plus sérieusement si l'on veut pleinement tirer parti des nouvelles méthodes de mesure ou formules de correction.

Une de ces perturbations qui nous préoccupe est due à la présence inévitable d'un (premier) temps mort τ_1 imposé par le détecteur et l'électronique associée et qui précède le temps mort τ_2 proprement dit (et bien connu) que l'on insère volontairement pour se trouver dans des conditions de travail bien définies. Actuellement, la difficulté principale ne provient plus de l'évaluation théorique de l'influence de τ_1 sur le comptage - les effets liés aux quatre combinaisons possibles des deux types sont bien connus depuis plusieurs années -, mais de la détermination expérimentale de la valeur numérique et du type de τ_1. Puisque τ_1 correspond en général à l'effet combiné d'une série de mécanismes mal connus, il faut s'attendre à ce que sa valeur soit fonction du taux de comptage et que son type soit mal défini, ne correspondant pas à un des deux modèles simples (purement cumulatif ou non) que l'on a pris l'habitude de considérer. Il s'ensuit que les méthodes précises utilisables pour mesurer τ_2 ne peuvent pas être appliquées pour τ_1 et il convient donc de chercher d'autres solutions au problème de sa détermination.

Il nous semble que la seule approche réaliste consiste à utiliser directement l'information qui est contenue dans les propriétés statistiques des mesures expérimentales. En supposant que le processus primaire (désintégration d'un nucléide, détection de ses produits) suive exactement la loi de Poisson, ce qui semble réaliste pour une vie moyenne suffisamment longue, l'influence de τ_1 doit se manifester dans la déviation de la statistique observée par rapport à celle de Poisson.

Puisque le taux de comptage vrai est inconnu, ce n'est pas le décalage de la valeur moyenne qui peut être utilisé. Par contre, l'influence de la distorsion sur le rapport variance sur moyenne, $V \equiv \sigma_k^2(t) / \hat{k}(t)$, est observable. En effet, la déviation de V par rapport à l'unité (valeur attendue en l'absence d'un temps mort) permet de calculer τ_1, à condition, toutefois, de supposer un type donné de temps mort. Il est vrai que pour de faibles distorsions, la valeur numérique de τ_1 ne dépend guère du type, mais celui-ci devrait être connu pour déterminer l'influence de τ_1 dans son arrangement en série avec τ_2. Pour l'appareillage utilisé dans la méthode $4\pi\beta$-γ, une telle détermination a été faite récemment avec des mesures effectuées par P. Bréonce. On a ainsi trouvé que, pour une source de ^{60}Co de 10^5 Bq, le premier temps mort a une valeur de $\tau_1 \cong (1,2 \pm 0,1)\ \mu s$.

L'inconvénient principal d'une telle mesure de τ_1 à l'aide du rapport V réside dans le fait que son type reste indéterminé. De plus, elle est très sensible à la présence d'éventuelles fluctuations des conditions de mesure (stabilité de l'électronique, efficacité des détecteurs, etc.) dont toute influence augmenterait nécessairement $\sigma_k^2(t)$, et donc V. Pour améliorer cette situation, on a besoin d'une nouvelle méthode permettant une détermination indépendante de la valeur ou du type de τ_1. A première vue, la distribution des intervalles entre impulsions successives semble bien utile à cet égard car elle se mesure aisément avec un convertisseur temps-amplitude et la forme attendue pour les deux types est bien connue.
Or, un enregistrement rapide a bien montré que la distribution effectivement observée ne ressemble très bien ni à l'un ni à l'autre cas, et il ne s'agit pas non plus d'une forme "intermédiaire" facile à interpréter. A vrai dire, cela n'est pas trop surprenant parce qu'un "mélange" de types est une notion mal définie et la construction d'un modèle intermédiaire (comme par exemple celui de Albert and Nelson, 1953, utilisé abondamment par Takács) a trop d'arbitraire et manque de base réelle. De plus, même en acceptant une telle construction, on n'aurait pas le droit de s'attendre, pour la répartition des intervalles, à une forme intermédiaire entre celles qui correspondent aux types purs. La seule utilisation sûre, semble-t-il, que l'on peut actuellement faire d'un enregistrement d'intervalles consiste à en déduire une valeur effective du temps mort qui correspond (en ce qui concerne l'influence sur le taux de comptage) au type non cumulatif.
Une telle approche semi-empirique a été esquissée dans le rapport WPN-205 et peut servir de contrôle.

Pour des raisons indiquées ci-dessus, nous avons finalement préféré essayer une autre méthode qui utilise l'influence du temps mort sur l'asymétrie de la répartition du nombre k d'impulsions enregistrées dans un intervalle de temps t fixe. Cette asymétrie peut être mesurée à l'aide du troisième moment centré, défini par $\mu_3 \equiv E\{(k - \hat{k})^3\}$. Pour un processus de Poisson non perturbé avec taux ρ, on aurait $\mu_3 = \rho t$, donc $W \equiv \mu_3(t)/\hat{k}(t) = 1$.

Or la mesure expérimentale montre que $W < 1$. L'interprétation quantitative de ce résultat demande donc des expressions théoriques de μ_3 qui tiennent compte de l'influence du temps mort.

Les calculs correspondants, qui s'inspirent de l'approche analogue décrite dans le Rapport BIPM-77/1 pour la valeur moyenne $\hat{k}(t)$ et la variance $\sigma_k^2(t)$, sont extrêmement fastidieux. Une fois soumis à tous les contrôles, ils feront l'objet d'un rapport détaillé. Pour le moment, nous nous contentons d'indiquer quelques-uns des résultats qui sont parmi les plus simples et les plus sûrs. Ainsi, on trouve que la forme asymptotique pour μ_3 peut toujours être exprimée sous la forme

$$\mu_3(t) = \frac{t}{m_1^5}(3\,\sigma^4 - m_1\,\mu_3) + C\,,$$

où m_1, σ^2 et μ_3 désignent les moments de la densité des intervalles entre impulsions successives, tandis que C est une constante qui dépend également du choix de l'origine du temps (processus ordinaire, stationnaire ou libre). En négligeant C, on trouve alors

- pour un temps mort τ non cumulatif:

$$\mu_3(t) \cong \lambda^4(3\lambda - 2)\cdot\rho\, t, \qquad \text{avec } \lambda = (1+\rho\tau)^{-1}\,,$$

donc

$$W = \frac{\mu_3(t)}{\hat{k}(t)} = \lambda^4(1-2x)$$

$$\cong 1 - 6x + 18\,x^2\,, \qquad \text{pour } x \ll 1\,;$$

- pour un temps mort τ cumulatif:

$$\mu_3(t) \cong \frac{1}{y^3}(y-3x)^2\cdot\rho\, t\,, \qquad \text{avec } x = \rho\tau \text{ et } y = e^x\,,$$

donc

$$W \cong \frac{1}{y^2}(y-3x)^2$$

$$\cong 1 - 6x + 15x^2\,, \qquad \text{pour } x \ll 1.$$

Il s'ensuit que l'influence d'un temps mort est à peu près trois fois plus forte pour W que pour V, où l'on avait $V \cong 1 - 2x$ en première approximation.

Ces premiers résultats (l'évaluation des termes C n'est pas encore achevée) ont déjà permis une détermination indépendante de τ_1 qui se révèle en bon accord avec la valeur déduite du rapport V; on espère que les formules complètes serviront à mieux cerner la nature de son type.

Pour des activités de l'ordre de 10^5 Bq, une estimation grossière de l'influence de τ_1 sur le taux de comptage donne une correction de 1% environ, valeur qu'il faudra connaître à 10 ou 20% près pour la rendre utile dans la mesure pratique d'activités élevées. Les études se poursuivent.

(Mars 1978)